



Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Departamento de Economia

Bacharelado em Ciências Econômicas

**TRANSFER ENTROPY ENTRE AÇÕES  
DO SETOR FINANCEIRO E O IBOVESPA**

**THIAGO VICTOR MARIANO DA SILVA**

**Recife-PE**

**2024**

**THIAGO VICTOR MARIANO DA SILVA**

**TRANSFER ENTROPY ENTRE AÇÕES  
DO SETOR FINANCEIRO E O IBOVESPA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof. Dr. Jader da Silva Jale

**Recife-PE**  
**2024**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação  
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE  
Bibliotecário(a): Ana Catarina Macêdo – CRB-4 1781

S586t Silva, Thiago Victor Mariano da.  
Transfer entropy entre ações do setor financeiro e o Ibovespa / Thiago Victor Mariano da Silva. - Recife, 2024.  
33 f.; il.

Orientador(a): Jader da Silva Jale.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Bacharelado em Ciências Econômicas, Recife, BR-PE, 2024.

Inclui referências.

1. COVID-19, Pandemia de, 2020- - Aspectos econômicos. 2. Mercado financeiro. 3. Bolsa de valores. 4. Ações (Finanças) I. Jale, Jader da Silva, orient. II. Título

CDD 330



**Universidade Federal Rural de Pernambuco  
Departamento de Economia**

**Bacharelado em Ciências Econômicas**

A banca examinadora, conforme abaixo assinado, certifica a adequação deste trabalho de conclusão de curso para obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas.

Recife, 03 de outubro de 2024

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Jader da Silva Jale  
Departamento de Estatística e Informática-UFRPE

---

Profa. Dra. Poema Isis de Andrade Souza (Examinador Interno)  
Departamento de Economia-UFRPE

---

Prof. Dr. Silvio Fernando Alves Xavier Júnior (Examinador Externo)  
Departamento de Estatística-UEPB

**Recife-PE**

**2024**

# AGRADECIMENTOS

À Sara, a quem dedico este trabalho, pelo carinho e apoio diário, que me fez continuar diante das dificuldades. Aos meus pais, que com muito esforço pavimentaram o caminho para que eu pudesse chegar a uma universidade federal. Aos meus amigos Nilsinho, Keu, Rafael, pelos bons momentos que compartilhamos nesse período corrido que se chama faculdade.

Aos amigos que fiz no curso Rafael Lima, Gabriel Sabino, Alessandro Araújo, foi uma honra estudar e aprender com esses, hoje, grandes economistas. Ao diretor educacional da liga de mercado financeiro, Marcus Nascimento, que irá em breve integrar ao time de grandes economistas que tive a honra de compartilhar o saber.

Às professoras Poema Isis, que esteve comigo nos mais diversos momentos acadêmicos com suas colocações visionárias que muitas o tempo se encarregou em traduzi-las, e a professora Luisa Barros, que deixou-me brincar com os somatórios, orientou-me sobre a carreira e apresentou-me o meu futuro orientador, Jader.

Ao meu orientador professor Jader, que talvez eu não tenha sido o melhor orientando, mas certamente não poderia ter tido melhor orientador. Agradeço por me incentivar a ter autonomia em um projeto dessa magnitude e por me dá conselhos importantes para minha carreira acadêmica.

A todo mundo que convivi no Bosque, no Subsolo entre outros espaços. Foram muitas pessoas na qual pude compartilhar saberes e vivências que levo para vida.

Ao corpo técnico do departamento de Economia, aos profissionais da Serval, do Restaurante Universitário que fazem o dia a dia da universidade.

A todos que não conseguir nomear, minhas mais sinceras desculpas, mas isto não apaga a contribuição de vocês.

No mais, a todos, o meu muitíssimo obrigado.

# RESUMO

Esta monografia tem como objetivo geral a aplicação da *Transfer Entropy* para analisar as interações entre ações do setor financeiro e o principal índice de ações da bolsa brasileira, o índice Bovespa, dentro do contexto da emergência sanitária do SARS-COVID-19. Analisou-se as séries temporais dos retornos financeiros dos ativos, sob a ótica dos fatos estilizados, para observar os efeitos da pandemia sob o fluxo de informações entre as ações e o índice como forma de verificar se existe influência de determinada ação sobre o índice ou se o índice influencia determinada ação. Calculou-se a *Transfer Entropy*, seguindo o proposto pela literatura para a ordem do processo estacionário de Markov com  $k = l = 1$  e um valor alternativo baseado no prazo de liquidação de ações da B3 com  $k = l = 2$ . Para ambos os casos, foi aplicada a *Net Transfer Entropy* para avaliar a predominância do fluxo de informações entre as séries. Com isso, foi possível verificar tanto os impactos com a mudança na ordem do processo de Markov, quanto essa mudança impactou nos fluxos de informação no contexto analisado. Os resultados mostraram que no período anterior a pandemia a mudança na ordem do processo de Markov no cálculo da *Transfer Entropy* não produziu mudanças qualitativas na dinâmica do fluxo de informações, enquanto durante a pandemia tivemos apenas um ativo que sofreu influência da troca da ordem com mudança na direção desse fluxo de informações. Contudo, considerou-se que a adoção de uma ordem superior na análise forneceu uma melhor compreensão sobre as dinâmicas das séries analisadas, por incluir procedimentos operacionais da bolsa brasileira para esse tipo de ativo.

**Palavras-chave:** Fluxo de informações, Mercado financeiro, Bolsa de Valores, Pandemia de Covid-19.

# ABSTRACT

The general objective of this monograph is to apply Transfer Entropy to analyze the interactions between stocks in the financial sector and the main stock index on the Brazilian stock exchange, the Bovespa index, within the context of the SARS-COVID-19 health emergency. We analyzed the time series of the financial returns of the assets, from the perspective of stylized facts, to observe the effects of the pandemic on the flow of information between the stocks and the index as a way of verifying whether there is an influence of a given stock on the index or whether the index influences a given stock. We calculated the Transfer Entropy, following what is proposed in the literature for the order of the stationary Markov process with  $k = l = 1$  and an alternative value based on the stock settlement period in the B3 stockexchange with  $k = l = 2$ . For both cases, we applied Net Transfer Entropy to analyze the predominance of information flow between the series. With this, we were able to verify both the impacts of the change in the order of the Markov process and how this change impacted on the information flows in the context analyzed. Our results showed that in the period prior to crisis the change in the order of the Markov process in the calculation of Transfer Entropy did not produce qualitative changes in the dynamics of the flow of information, while during the pandemic we only had one asset that was influenced by the change in order with a change in the direction of this flow of information. However, we consider that the adoption of a higher order in the analysis provided a better understanding of the dynamics of the series analyzed, as it includes the operating procedures of the Brazilian stock exchange for this type of asset.

**Keywords:** Information Flow, Financial Market, Stock Market, Covid-19 outbreak.

# SUMÁRIO

<b>Lista de Figuras</b>	<b>I</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>II</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Referencial Teórico</b>	<b>3</b>
2.1 Bolsa de Valores . . . . .	3
2.2 Ações . . . . .	3
2.3 Índice Bovespa . . . . .	4
2.4 Fatos estilizados sobre os retornos financeiros . . . . .	5
2.5 Causalidade de Granger . . . . .	5
2.6 <i>Transfer Entropy</i> . . . . .	6
<b>3 Dados e Metodologia</b>	<b>10</b>
3.1 Dados . . . . .	10
3.2 Metodologia . . . . .	11
3.2.1 Teste de Normalidade . . . . .	11
3.2.2 <i>Transfer Entropy</i> . . . . .	12
<b>4 Resultados</b>	<b>14</b>
4.1 Estatísticas descritivas . . . . .	14
4.2 Análise via <i>Transfer Entropy</i> . . . . .	17
<b>5 Conclusões</b>	<b>20</b>
<b>6 Referências</b>	<b>21</b>

---

# LISTA DE FIGURAS

4.1	Série de Retornos. . . . .	15
4.2	Histograma dos Retornos. . . . .	16
4.3	Valores da <i>Transfer Entropy</i> para $k = l = 1$ , a esquerda, e para $k = l = 2$ , a direita. . . . .	18
4.4	Valores da <i>Net Transfer Entropy</i> para $k = l = 1$ , a esquerda, e para $k = l = 2$ , a direita. . . . .	18
4.5	Valores agregados da <i>Net Transfer Entropy</i> dos ativos para $k = l = 1$ , a esquerda, e para $k = l = 2$ , a direita . . . . .	19

# LISTA DE TABELAS

3.1	Amostra dos ativos . . . . .	10
3.2	Peso dos ativos na primeira carteira teórica do Ibovespa por ano . . . . .	10
3.3	Períodos analisados e tamanho das séries. . . . .	11
4.1	Estatísticas descritivas da amostra para todo o período analisado. Em parênteses os p-valores dos testes de normalidade. . . . .	14
4.2	Resultados da <i>Transfer Entropy</i> com $k = l = 1$ para todo o período. . . . .	17
4.3	Resultados da <i>Transfer Entropy</i> com $k = l = 2$ para todo o período. . . . .	17
4.4	Resultados da <i>Transfer Entropy</i> para o período anterior a SARS-COVID-19. TE→IBOV indica o sentido da ação para o índice e TE→ação indica o sentido do índice para a ação. . . . .	18
4.5	Resultados da <i>Transfer Entropy</i> para o período da SARS-COVID-19. TE→IBOV indica o sentido da ação para o índice e TE→ação indica o sentido do índice para a ação. . . . .	19

# 1. INTRODUÇÃO

O estudo das séries temporais é uma área de pesquisa em diversas áreas do conhecimento. Em finanças, as séries temporais auxiliam na compreensão da dinâmica dos mercados. As interações informacionais são amplamente estudadas na literatura através do conceito de causalidade de Granger (1969), que permite verificar a existência de um fluxo de informações entre séries temporais. Por exemplo, a influência dos choques de retorno em mercados de países desenvolvidos no retorno dos mercados de países emergentes (LAMOUNIER E NOGUEIRA, 2007), o impacto das informações geradas pelo mercado de fundos de investimento no movimento de preços do índice da bolsa sul-coreana (KIM et al., 2016), a influência de índices setoriais da BM&F Bovespa sobre o índice Ibovespa (PERREIRA et al., 2018). Contudo, segundo Dimpfl e Peter (2013) como a causalidade de Granger é baseada em modelos de vetores autorregressivos (VAR) ou de vetores de correção de erros (VECM), há a pressuposição de uma dinâmica linear entre os processos analisados.

A principal métrica para a análise de um ativo financeiro é a série histórica de retorno. Cont (2001) apresenta algumas características qualitativas encontradas nessas séries em diversos mercados e instrumentos financeiros, essas características são conhecidas como fatos estilizados. Por exemplo, os retornos apresentam uma distribuição de probabilidades com caudas pesadas e a existência dependências não-lineares, como o efeito alavancagem. Essas propriedades auxiliam na descrição da dinâmica de funcionamento dos mercados e do movimento de preços dos ativos com aplicações a gestão e otimização de portfólios e gestão de risco de mercado.

Alguns trabalhos versam sobre modelagem de caudas pesadas como Barbachan et al. (2001), que utilizaram a distribuição Hiperbólica para modelagem de retornos de ativos brasileiros. Fajardo e Farias (2004) utilizaram a distribuição Hiperbólica Generalizada para apreçar derivativos e cômputo do *Value at Risk* (VaR) utilizando dados brasileiros. Farias (2006) utilizou as distribuições Hiperbólicas Generalizadas Multivariadas Afins com dados brasileiros para a mesma finalidade. Barros Correia (2018) analisou o ajuste da distribuição de Laplace para o cálculo do VaR em 25 índices de bolsa. Já as dependências não-lineares os modelos da família GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) são os mais utilizados. Por exemplo, Oliveira e Maranhão (2018) mostram a existência de transbordamentos de volatilidade entre o mercado cambial e o financeiro internacional para o índice Bovespa. Maranhão e Moreira (2021) estudaram o efeito spillover entre ações, segregadas por pagamento de dividendos, o Dólar e o índice Bovespa.

Neste trabalho utilizaremos uma abordagem alternativa para analisar interações entre séries

financeiras, a *Transfer Entropy*. O método foi desenvolvido por Schreiber (2000) para mensurar o fluxo de informações entre duas séries temporais através de uma abordagem não-paramétrica e não-simétrica. Uma das vantagens do método é que ele não é restrito a dinâmicas lineares. Alguns estudos anteriores aplicaram essa abordagem ao mercado financeiro. Kwon e Yang (2008) analisaram o fluxo de informação de 25 índices financeiros. Dimpfl e Peter (2013) utilizaram o método para analisar o fluxo de informações entre mercados de crédito de empresas e derivativos de crédito com foco em análise de risco. Dimpfl e Peter (2014) utilizaram dados diários para analisar o fluxo de informações entre bolsas europeias e norte-americanas durante a crise financeira. Jale et al. (2019) investigaram o fluxo de informações entre o índice Bovespa e as empresas que constituem o índice. Škrinjaric et al. (2021) analisaram o fluxo de informações entre índices financeiros do CESEE (*Central, Eastern, and South-Eastern European*) para seleção de ativos e estratégias de investimento. Choi et al. (2023) analisaram a influência dos índices globais nas operações de venda a descoberto na bolsa sul-coreana.

Utilizaremos a *Transfer Entropy* para analisar a influência que a série de retornos de uma ação possuiu sobre o índice da bolsa brasileira e vice-versa, dado que estas séries possuem distribuições leptocúrticas e os mercados financeiros são considerados sistemas complexos, sistemas que apresentam comportamentos não-gaussianos e não-lineares (KORBEL et al., 2019 apud FERREIRA et al., 2022). Quantificaremos o fluxo de informações entre uma amostra de ações pertencentes ao setor financeiro da B3 e o índice Bovespa, o Ibovespa, dentro do contexto da pandemia da SARS-COVID-19. Verificaremos a presença de caudas pesadas nos retornos financeiros da amostra. Por fim, analisaremos a predominância do sentido do fluxo de informação dentro do contexto da emergência sanitária.

A presente monografia está estruturada em 5 capítulos. O capítulo 1 corresponde a parte introdutória do trabalho, mostrando um panorama da discussão sobre o problema e apresentando os objetivos do trabalho. O capítulo 2 corresponde ao referencial teórico, onde expomos os conceitos relacionados ao mercado de ações brasileiro, conceitos sobre a causalidade de Granger e o desenvolvimento da *Transfer Entropy*. No capítulo 3 apresentamos os dados, assim como a metodologia utilizada nas análises. No capítulo 4, apresentamos os resultados obtidos nesse estudo. E por fim, no capítulo 5, as conclusões obtidas baseadas nas investigações desse trabalho.

## 2. REFERÊNCIAL TEÓRICO

### 2.1 BOLSA DE VALORES

Uma bolsa de valores é uma entidade que mantém um ambiente adequado para negociação de títulos e valores mobiliários, no qual entidades previamente habilitadas podem realizar transações em nome próprio ou em nome de terceiros. Atualmente, as principais bolsas de valores mundiais operam sistemas eletrônicos de negociação permitindo aos investidores, instituições e clientes delas, acesso remoto às ofertas do pregão e o envio de ordens de compra e venda de ativos.

Segundo a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), entidade reguladora do mercado de capitais brasileiro, é considerado mercado de bolsa aqueles que funcionam regularmente como sistema centralizado e multilateral de negociação de títulos e valores mobiliários, no qual é possível a interação de ofertas de compra e venda destes ativos (CVM, 2022). Além disto, permite-se a negociação, sujeita ou não a interferência de outras pessoas autorizadas a operar no mercado, tendo como contraparte a figura do formador de mercado, que é uma pessoa jurídica autorizada pela bolsa a se comprometer a manter ofertas firmes de compra e venda de ativos.

No Brasil a entidade que mantém este ambiente de negociação é a Brasil, Bolsa, Balcão (B3). A B3 foi criada em 2017 através da fusão da BM&F Bovespa S.A com a CETIP S.A, reunindo numa única entidade os mercados de renda variável, renda fixa privada, derivativos, commodities, títulos de dívida bancária e outros, nos mercados de bolsa e balcão, oferecendo produtos e serviços aos participantes dos mercados. A B3 também atua como contraparte central garantidora da liquidação financeira de operações realizadas dentro de seus ambientes de negociação (B3, 2024).

### 2.2 AÇÕES

As ações são títulos correspondentes a menor fração do capital social de uma empresa, seja ela uma companhia, sociedade por ações ou sociedade anônima. Estes títulos são considerados títulos patrimoniais na qual a pessoa detentora do título, o acionista, é coproprietário da empresa tendo direito a uma participação do resultado da empresa (ASSAF NETO, 2018). Além disto, considera-se que uma empresa possui capital aberto se esta emite suas ações mediante registro na CVM, assim sendo aptas a negociar suas ações no mercado de valores mobiliários e

obrigadas a divulgar publicamente, de maneira periódica, informações de interesse do mercado e da sociedade.

As ações emitidas por estas empresas são classificadas como: ações ordinárias e ações preferenciais. As ações ordinárias, além da participação nos resultados, garantem ao seu detentor o direito de voto nas assembleias gerais fazendo com que ele tenha poder de decisão nas atividades da empresa. Já as ações preferenciais não possuem direito a voto, contudo possuem prioridade no recebimento dos dividendos, além de um percentual maior em relação as ações ordinárias, justamente por não possuírem o direito a voto. Neste sentido as ações preferenciais são equivalentes a um título de dívida com vencimento infinito, uma perpetuidade, mesmo sendo um título patrimonial (BODIE et al., 2015).

## 2.3 ÍNDICE BOVESPA

Os índices de ações funcionam como termômetros que resumem o desempenho de um conjunto de ações em um único indicador. Os índices também proporcionam uma maneira de analisar as condições econômicas de um país ou de um setor da economia deste, já que as empresas podem aumentar sua captação de recursos para viabilizar seus projetos via mercado financeiro. Contudo, os índices podem apresentar vieses de acordo com a seleção e a ponderação das ações que irão compor a carteira teórica (BOSSOMAIER et al., 2016).

Todavia apesar da existência desses vieses, os índices de ações são importantes ferramentas de análise de mercado, fornecendo aos investidores um panorama sobre a evolução temporal de uma carteira teórica com critérios que são de conhecimento comum de todos os participantes do mercado. O principal índice do mercado brasileiro é o Ibovespa que é divulgado pela B3 e é baseado em liquidez e retorno total, onde todos os rendimentos do ativo são incorporados a carteira, como por exemplo, os dividendos.

O índice Bovespa é composto pelas ações e *units* de companhias listadas na B3, que atendam aos critérios metodológicos. Os ativos que o compõem correspondem a cerca de 80% do número de negócios e volume financeiro do mercado de capitais brasileiro (B3, 2024). O índice é calculado segundo uma média ponderada dos preços de ações, selecionadas pela sua liquidez, presença em pregões, participação no volume financeiro do mercado à vista e pela ação não pode ser considerada uma *penny stock* durante a vigência de três carteiras anteriores. A carteira teórica tem validade de quatro meses e cada companhia, considerando todas as classes e espécies de ações e *units* lastreadas em ações da companhia, não podem possuir mais de 20% de peso na carteira. Além da carteira final, a B3 divulga três prévias da carteira que irá entrar em vigor para o próximo quadrimestre no último mês da carteira vigente. A primeira prévia é divulgada no primeiro pregão, a segunda, divulgada no dia 15 e a terceira, no penúltimo pregão.

## 2.4 FATOS ESTILIZADOS SOBRE OS RETORNOS FINANCEIROS

As propriedades estatísticas compartilhadas por diferentes mercados e instrumentos financeiros são conhecidas como fatos estilizados, que podem ser encarados como indicativos para resultados universais para a natureza das séries temporais financeiras (GOPIKRISHNAN et al., 1999 apud. MARTINS e CREPALDI, 2011). Segundo Cont (2001) os fatos estilizados são obtidos através de um denominador comum entre as propriedades observadas em diversos estudos e formuladas em termos de propriedades qualitativas. A observação destas propriedades é importante para o entendimento dos mercados, dado que os ativos respondem de forma diferente a um mesmo conjunto de informações, e algumas dessas propriedades podem ser relacionadas aos retornos financeiros, como (MARTINS e CREPALDI, 2011; CONT, 2001):

- Ausência de autocorrelações lineares: As autocorrelações são insignificantes, exceto em pequenas escalas de tempo de dados intradiários devido a microestrutura de mercado.
- Caudas pesadas: As distribuições de probabilidade, incondicional, dos retornos são do tipo lei de potências ou tipo Pareto. Contudo, a forma precisa da distribuição é difícil de ser determinada.
- Gaussianidade agregativa: Quando aumentamos a escala de tempo  $\Delta t$  no cálculo dos retornos financeiros, a distribuição empírica vai ser aproximando de uma distribuição normal. Contudo, as distribuições não são as mesmas para diferentes escalas de tempo.
- Caudas pesadas condicionais: Após a correção dos *clusters* de volatilidade dos retornos, por exemplo com o uso de modelos do tipo GARCH, a série residual exibe caudas pesadas. Porém, são menos pesadas do que a distribuição incondicional.

## 2.5 CAUSALIDADE DE GRANGER

Granger (1969) introduz o conceito de causalidade, a partir do trabalho de Wiener, para analisar as relações entre séries temporais. A causalidade é baseada na premissa de que a causa antecede o efeito, no qual a variável que se suspeita que esteja causando um determinado efeito possui alguma informação relevante e única, que melhora a previsibilidade da variável que sofre o efeito (GRANGER, 1969; GRANGER, 1988; BARNETT et al., 2009; HLAVACKOVA-SCHINDLER, 2011; BOSSOMAIER et al., 2016).

Através da existência desse fluxo de informações dizemos que a variável X estar causando a variável Y, no sentido de Granger, se os valores futuros de Y puderem ter sua previsão melhorada com auxílio das informações passadas e correntes de X, melhor do que utilizando somente as informações de Y e vice-versa, admitindo-se ainda que X cause Y e Y cause X, a chamada relação de feedback. A formulação padrão do teste para a causalidade de Granger é baseada em modelos de regressão linear, como vetores autorregressivos (VAR) ou modelos

vetoriais de correção de erros (VECM) (BARNETT et al., 2009; HLAVACKOVA-SCHINDLER, 2011; DIMPFL e PETER, 2013).

Segundo Granger (1969), as séries temporais são assumidas sob a hipótese de serem normalmente distribuídas, para que os preditores sejam completamente ótimos, e de linearidade, dado que alguns preditores ótimos podem ser não-lineares e ter um tratamento complicado. Desta maneira, sob as hipóteses acima, o melhor preditor linear de X, usando apenas o passado de X e o passado de Y, tem a forma:

$$P_t(X|\bar{X}, \bar{Y}) = \sum_{j=1}^{\infty} a_t X_{t-j} + \sum_{j=1}^{\infty} b_t Y_{t-j} \quad (2.1)$$

Onde  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  são os valores passados de X e Y, e  $a_t$  e  $b_t$  são coeficientes escolhidos para minimizar a variância do erro. Logo, um modelo de VAR bivariado é dado por:

$$a_x^0 X_t = \sum_{k=1}^m a_{xx}^k X_{t-k} + \sum_{k=1}^m a_{xy}^k Y_{t-k} + \varepsilon_{t,x} \quad (2.2)$$

$$a_y^0 Y_t = \sum_{k=1}^m a_{yy}^k Y_{t-k} + \sum_{k=1}^m a_{yx}^k X_{t-k} + \varepsilon_{t,y} \quad (2.3)$$

Se algum  $a_{xy}^k \neq 0$  para  $1 \leq k \leq m$ , então a série Y causa a série X. Caso algum  $a_{yx}^k \neq 0$  para  $1 \leq k \leq m$ , então a série X causa a série Y. Caso as duas situações ocorram, então temos a relação de feedback. O teste para analisar a ocorrência da causalidade de Granger é feito através de um teste-F entre dois modelos: um contendo os valores passados de X e Y, o modelo completo, e outro contendo apenas os valores passados de X, o modelo reduzido.

$$F = \frac{(RSS_{red} - RSS_{comp})/(r - s)}{RSS_{comp}/(T - r)} \quad (2.4)$$

Onde,  $RSS_{red}$  e  $RSS_{comp}$  são as somas dos resíduos quadráticos dos modelos reduzidos e completos, respectivamente, com os parâmetros r e s. Dizemos que Y causa X no sentido de Granger, se a estatística F exceder um valor crítico para uma distribuição F com r - s e T - r graus de liberdade (SHOJAIE e FOX, 2022).

## 2.6 TRANSFER ENTROPY

Schreiber (2000) introduz a *Transfer Entropy* para mensurar a quantidade de informação que dois sistemas, evoluindo no tempo, trocam entre si. Sob hipóteses menos restritivas acerca da natureza e da dinâmica dos processos, esta medida possui a capacidade de incorporar dinâmicas não-lineares e detectar assimetria na interação entre as variáveis.

A *Transfer Entropy* de Y para X, significa o grau com que Y esclarece o futuro de X, para além do grau que X esclarece seu próprio futuro. O conceito de “esclarecimento” aqui estabelecido é próximo do trazido por Granger de “causalidade”, ou seja, a variável Y possui uma

informação importante sobre o futuro de  $X$  que não estar contida no passado de  $X$ . Portanto, podemos encarar a *Transfer Entropy* como uma medida não-linear de causalidade (BARNETT et al., 2009; HLAVACKOVA-SCHINDLER, 2011).

Para definirmos a *Transfer Entropy*, é necessário estabelecer um conceito da teoria da informação chamado de entropia marginal de informação ou entropia de Shannon. A entropia de Shannon é uma medida de incerteza acerca da realização de um processo. Seja  $X$  uma variável aleatória discreta com uma distribuição de probabilidade  $p(x)$ , com  $x$  sendo os diferentes estados (valores) que  $X$  pode ter. A entropia de Shannon é dada por:

$$H(X) = - \sum_x p(x) \log_2 p(x) \quad (2.5)$$

Os valores expressos pela entropia de Shannon, são dados em *bits*, dado a base 2 do logaritmo. Contudo, segundo Rameh (2018) esta base é tomada pela conveniência da notação binária e admite-se o uso de outras bases,  $\log_\lambda$ , sem perda de generalidade.

Quanto maior for o número de *bits*, maior vai ser a incerteza acerca dos possíveis valores de  $X$ . Se todos os valores possíveis de  $X$  forem uniformemente distribuídos, a quantidade de entropia é máxima pois todos os valores possuem a mesma probabilidade de acontecer. O outro extremo ocorre quando temos um evento que ocorre quase certamente,  $p(x) = 1$ , no qual a entropia é mínima.

A extensão para o caso bivariado da entropia de Shannon é dado pela entropia conjunta. Seja  $X$  e  $Y$  um par de variáveis discretas com distribuição conjunta  $p(x, y)$ , a entropia conjunta é definida por:

$$H(X, Y) = - \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda p(x, y) \quad (2.6)$$

Se as variáveis  $X$  e  $Y$  forem independentes então,  $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$ . Podemos também definir a entropia condicional como a incerteza contida em  $X$  dado o conhecimento do valor de  $Y$ , que é definida por:

$$H(X|Y) = - \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda p(x|y) \quad (2.7)$$

No caso de independência entre as variáveis temos,  $H(X|Y) = H(X)$ , ou seja, os valores de  $Y$  não são relevantes para quantificar a incerteza de  $X$ . A entropia condicional, conjunta e marginal se relacionam da seguinte forma:

$$H(X, Y) = H(Y) + H(X|Y) = H(X) + H(Y|X) \quad (2.8)$$

Kullback e Leibler (1951) introduzem uma medida de distância estatística para discriminar duas distribuições de probabilidade, utilizando o conceito de informação de Shannon, sobre um mesmo conjunto de eventos fazendo uma ligação entre informação e incerteza. Sejam  $p(x)$  e  $q(x)$ , duas distribuições de probabilidade distintas para a variável aleatória discreta  $X$ , definimos

a divergência de Kulback-Leibler por:

$$D_{KL} = \sum_x p(x) \log_\lambda \frac{p(x)}{q(x)} \quad (2.9)$$

A divergência de Kullback-Leibler, mede a informação perdida quando utilizamos a distribuição  $q(x)$  para aproximar  $p(x)$ . É uma medida não-simétrica e sempre positiva,  $D_{KL} \geq 0$ , com  $D_{KL} = 0 \Leftrightarrow p(x) = q(x)$ . Um caso especial da divergência de Kullback-Leibler é a informação mútua (MI).

A informação mútua é uma medida de dependência entre duas variáveis, que relaciona a quantidade de informação compartilhada entre elas. Sejam X e Y duas variáveis aleatórias discretas com distribuição marginal de probabilidade  $p(x)$  e  $p(y)$  e com distribuição de probabilidade conjunta  $p(x, y)$ . A informação mútua pode ser definida como a informação perdida ao assumirmos que as variáveis são independentes ao invés de serem dependentes ou então como a redução da incerteza de X dado o conhecimento de Y.

$$MI_{XY} = \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \quad (2.10)$$

$$= \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda \frac{p(x|y)}{p(x)} \quad (2.11)$$

$$= - \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda p(x) + \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda p(x|y) \quad (2.12)$$

$$= - \sum_x p(x) \log_\lambda p(x) - \left( - \sum_{x,y} p(x, y) \log_\lambda p(x|y) \right) \quad (2.13)$$

$$= H(X) - H(X|Y) \quad (2.14)$$

$$MI_{XY} = H(X) + H(Y) - H(X, Y) \quad (2.15)$$

A MI é simétrica, não-negativa e zero, se e somente se, X e Y forem independentes. Segundo Schreiber (2000) a MI é uma forma de quantificar o desvio da independência entre dois processos. Contudo, como a informação mútua é simétrica, não é possível quantificar o fluxo de informações entre os dois processos, como sugestão para inserir uma estrutura dinâmica foi introduzida a probabilidade de transição ao invés de probabilidades estáticas.

Sejam X e Y, duas séries temporais que podem ser aproximadas por um processo estacionário de Markov de ordem  $k$  e  $l$ , respectivamente. Ou seja, goza da propriedade markoviana,  $p(x_{t+1}|x_t, \dots, x_{t-k+1}) = p(x_{t+1}|x_t, \dots, x_{t-k})$ , onde a probabilidade condicional de encontrar o estado  $x_{t+1}$  no tempo  $t + 1$  independe do estado  $x_{t-k}$ . Usando uma notação mais compacta,  $x_t^{(k)} = (x_t, \dots, x_{t-k+1})$  e  $y_t^{(l)} = (y_t, \dots, x_{t-l+1})$ , podemos reescrever as probabilidades condicionais para os estados  $t + 1$  das respectivas séries como  $p(x_{t+1}|x_t^{(k)}) = p(x_{t+1}|x_t^{(k-1)})$  e  $p(y_{t+1}|y_t^{(l)}) = p(y_{t+1}|y_t^{(l-1)})$ . Como a dinâmica do processo está contida dentro das probabilidades de transição, o uso da propriedade de Markov generalizada para um sistema com bivariado

é preferível (SCHEREIBER, 2000).

$$p(x_t|x_t^{(k)}) = p(x_t|x_t^{(k)}, y_t^{(l)}) \quad (2.16)$$

Desta forma, na ausência do fluxo de informação de Y para X, os valores de Y não exercem influência sob a transição de probabilidade em X. Logo, a *Transfer Entropy* mede o desvio da propriedade generalizada de Markov, incorporando uma dependência temporal ao incluir os  $x_t^{(k)}$  e  $y_t^{(l)}$  na previsão do estado  $x_{t+1}$ . Sendo definida como a divergência de Kullback-Leibler entre  $p(x_t|x_t^{(k)}, y_t^{(l)})$  e  $p(x_t|x_t^{(k)})$ .

$$TE_{Y \rightarrow X} = \sum_{x_{t+1}, x_t^{(k)}, y_t^{(l)}} p(x_{t+1}, x_t^{(k)}, y_t^{(l)}) \log \lambda \left( \frac{p(x_t|x_t^{(k)}, y_t^{(l)})}{p(x_t|x_t^{(k)})} \right) \quad (2.17)$$

Onde  $p(x_{t+1}, x_t^{(k)}, y_t^{(l)})$  é a probabilidade conjunta de ocorrer o estado futuro  $x_{t+1}$ , junto dos estados presentes  $x_t^{(k)}$  e  $y_t^{(l)}$ . A *Transfer Entropy* é assimétrica sobre a troca de parâmetros X e Y:  $TE_{Y \rightarrow X} \neq TE_{X \rightarrow Y}$ .

Segundo Dimpfl e Peter (2013), às medidas de *Transfer Entropy* precisam que as ordens do processo de Markov  $k$  e  $l$  tenham um valor suficiente para capturar o fluxo de informações entre as séries analisadas. Se a ordem assumida for pequena para detectar o fluxo de informações, a informação contida no passado de uma série pode ser erroneamente assumida como proveniente da outra. Os autores estimaram que a ordem  $k$  e  $l$  do processo de Markov para o cálculo da *Transfer Entropy* variam de  $k = l = 1$  até  $k = l = 5$ .

Como exposto anteriormente, a *Transfer Entropy* e a causalidade de Granger possuem similaridades e que sob algumas hipóteses, ambas as medidas são equivalentes. Barnett et al. (2009) provaram que para séries temporais com distribuição gaussiana essa equivalência existe. Hlavackova-Schindler (2011) expande os resultados obtidos anteriormente, incluindo as distribuições exponencial de Weinman e log-normal nos casos de equivalência entre as medidas. Desta forma, caso os dados não sejam provenientes de uma dessas distribuições ou possuírem não-linearidades, a *Transfer Entropy* pode ser uma medida mais adequada para analisar as relações entre as séries temporais.

Para identificarmos a predominância do fluxo de informações entre as séries utilizaremos a *Net Transfer Entropy*, que é definida como a diferença entre os dois sentidos da medida. Se  $TE_{Y \rightarrow X} - TE_{X \rightarrow Y} > 0$ , então consideramos o fluxo de Y para X, caso contrário, a informação flui de X para Y (RAMEH, 2018).

## 3. DADOS E METODOLOGIA

### 3.1 DADOS

Os dados diários de fechamento do índice Bovespa e das ações que compõem a amostra foram obtidos no site oficial da B3 <https://www.b3.com.br>, no período de 02 de janeiro de 2018 até 30 de agosto de 2024, correspondendo a um total de 1655 observações. A amostra é composta por cinco ações do setor financeiro, que fazem parte da carteira teórica do índice Bovespa, além do próprio índice, o Ibovespa (Tabela 3.1). Calculamos os retornos logarítmicos das ações da amostra segundo a equação  $R_i(t) = \log P_i(t + \Delta t) - \log P_i(t)$  onde  $P_i(t)$  é o preço no tempo  $t$ ,  $\Delta t = 1\text{dia}$ , e  $i$  representa o índice na série temporal.

Tabela 3.1: Amostra dos ativos

Nome	Ticket	Tipo
Banco do Brasil SA	BBAS3	Ordinária
Banco Bradesco SA	BBDC3	Ordinária
Banco Bradesco SA	BBDC4	Preferencial
Itaú Unibanco SA	ITUB4	Preferencial
Itaúsa SA	ITSA4	Preferencial
Índice Bovespa	IBOV	Índice

Fonte: Elaboração própria

As ações apresentadas na amostra possuem um peso significativo dentro da carteira teórica do índice Bovespa. Na Tabela 3.2 é possível observar tanto a porcentagem individual, quanto o percentual que as ações da amostra representam na primeira carteira de cada ano. Em destaque temos a mediana do peso que as ações da amostra representa dentro do índice.

Tabela 3.2: Peso dos ativos na primeira carteira teórica do Ibovespa por ano

	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024
BBDC3	1,427	1,6034	1,8307	1,2678	1,1184	1,0449	1,0021
BBDC4	7,755	8,5709	6,9859	5,2816	4,5154	4,0159	3,844
BBAS3	3,112	4,3736	3,6629	2,2735	2,0533	2,5367	3,4398
ITSA4	3,307	3,8466	3,0552	2,4187	2,119	2,2894	2,435
ITUB4	10,492	10,8017	8,5731	6,8683	5,0138	6,1674	7,1255
Total (%)	26,093	29,1962	24,1078	<b>18,1099</b>	14,8199	16,0543	17,8464

Fonte: Elaboração própria

Separamos o conjunto total de observações em três intervalos de tempo que correspondem aos períodos pré-COVID-19, durante a COVID-19 e pós-COVID-19 para analisarmos o fluxo de informações são eles: de 02 de janeiro de 2018 a 31 de janeiro de 2020, será considerado o período pré-COVID-19; de 03 de fevereiro de 2020 a 22 de abril de 2022, será o período durante a COVID-19, onde as datas correspondem ao início e ao fim da emergência em saúde pública de importância nacional decretada pelo Ministério da Saúde; e por fim de 25 de abril de 2022 a 30 de agosto de 2024, o período pós-COVID-19.

Tabela 3.3: Períodos analisados e tamanho das séries.

Períodos	Datas	Tamanho das séries
Pré-COVID	02/01/2018 a 31/01/2020	N=515
Durante	03/02/2020 a 22/04/2022	N=549
Pós-COVID	25/04/2022 a 30/08/2024	N=591

Fonte: Elaboração própria

## 3.2 METODOLOGIA

### 3.2.1 TESTE DE NORMALIDADE

Conforme apresentado anteriormente, o uso da *Transfer Entropy* é preferível quando estamos diante de dados não-gaussianos. Para verificarmos se os dados são provenientes de uma distribuição normal é realizado os chamados testes de normalidade. Os testes de normalidade são testes estatísticos para avaliar a hipótese de uma determinada amostra ser proveniente de uma distribuição normal.

Na literatura são descritos diversos testes para analisar se os dados empíricos seguem uma distribuição normal, nesse trabalho utilizaremos o teste de Jarque-Bera e o teste de Anderson-Darling, com a finalidade de avaliar se os ativos financeiros da amostra seguem uma distribuição normal. Onde, temos as seguintes hipóteses:  $H_0$  é a hipótese nula dos dados serem normalmente distribuídos e a hipótese alternativa,  $H_1$ , os dados rejeitam a hipótese de serem normalmente distribuídos.

#### TESTE DE JARQUE-BERA

O teste de normalidade de Jarque-Bera testa a hipótese conjunta da distribuição empírica possuir coeficiente de simetria e de curtose em valores iguais a da distribuição normal, que possui valores do coeficiente de simetria  $S = 0$  e de curtose  $K = 3$ . Onde, a estatística JB é definida por:

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \quad (3.1)$$

Sob a hipótese de normalidade a estatística JB segue uma distribuição  $\chi^2$  com dois graus de liberdade. Valores altos na estatística JB, indicam rejeição da hipótese de normalidade.

### TESTE DE ANDERSON-DARLING

O teste de Anderson-Darling é baseado na diferença entre a distribuição empírica e uma distribuição teórica, no caso a normal. O teste de Anderson-Darling possui uma característica que é interessante para a análise de dados financeiros, atribui um peso maior as caudas da distribuição que é uma região de interesse na análise desses dados. O teste é dado pelo cálculo da estatística  $A^2$  definida por:

$$A^2 = - \left( 1 + \frac{0,75}{n} + \frac{2,25}{n^2} \right) \left[ \frac{\sum_{i=1}^n [(2i+1) \log \{ \hat{z}_i (1 - \hat{z}_{n+1-i}) \}]}{n} + n \right] \quad (3.2)$$

Onde,  $\hat{z}_i = \Phi \left[ \frac{(y_{(i)} - \hat{\mu})}{\hat{\sigma}} \right]$ , sendo  $\Phi(\bullet)$  a função distribuição acumulada normal padrão com  $N(0, 1)$ ,  $\hat{\mu}$  a média amostral e  $\hat{\sigma}$  o desvio padrão amostral.

### 3.2.2 TRANSFER ENTROPY

Para calcularmos a *Transfer Entropy* segundo a Equação 2.17 utilizamos o pacote do programa gratuito R chamado "RTransferEntropy", que permite calcular o fluxo de informações entre duas séries temporais. Utilizamos  $k = l = 1$  conforme a literatura, no caso de apenas o dia anterior interferir no estado futuro e  $k = l = 2$ , pois a liquidação de ações dentro dos ambientes da B3 para ações é realizada em dois dias úteis após a ordem de compra (D+2).

O comando utilizado foi:

```
transfer_entropy(x, y, lx = 1, ly = 1, entropy = "Shannon", nboot = 1000, type = "quantiles",
quantiles = c(5, 95))
```

Os argumentos da função utilizados foram:

x: Vetor numérico. Série de retornos da ação.

y: Vetor numérico. Série de retornos do Ibovespa.

lx: Numérico. Ordem do processo de Markov para a variável x, padrão o valor é 1. Utilizamos adicionalmente o valor 2.

ly: Numérico. Ordem do processo de Markov para a variável y, padrão o valor é 1. Utilizamos adicionalmente o valor 2.

entropy: String. Especifica a entropia a ser utilizada para calcular a *Transfer Entropy* (Shannon, Renyi), padrão é a entropia de Shannon.

nboot: Numérico. Número de replicações em cada direção, padrão o valor é 300. Utilizamos o valor 1000.

type: String. A forma de discretização aplicada a série de observações (quantiles, bins ou limits). Padrão o tipo é "quantiles".

quantiles: Numérico. Especifica os quantis da distribuição empírica da série para discretização. Padrão os valores são c=(5,95).

**NET TRANSFER ENTROPY**

Para identificarmos a predominância do fluxo de informações entre as séries, utilizaremos a *Net Transfer Entropy*. Calcularemos esta quantidade a partir da subtração entre os valores da *Transfer Entropy* nos dois sentidos, obtidos para  $k = l = 1$  e  $k = l = 2$ . Onde, definiremos da seguinte forma. Se  $TE_{stock \rightarrow IBOV} - TE_{IBOV \rightarrow stock} > 0$ , então o fluxo predominante é no sentido da ação para o índice. Se  $TE_{stock \rightarrow IBOV} - TE_{IBOV \rightarrow stock} < 0$ , então o sentido do fluxo predominante é no sentido do índice para a ação.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

Conforme descrito na literatura acerca dos retornos financeiros, os retornos apresentam caudas pesadas, em relação à distribuição normal, em suas distribuições de probabilidade. Na Tabela 4.1, podemos ver as estatísticas descritivas do conjunto de dados para todo o período analisado, no qual é possível verificar, em destaque, assimetria e curtose em valores superiores ao da distribuição normal, assim como os valores das estatísticas dos testes de normalidade que rejeitaram a hipótese de normalidade dos dados. Os resultados encontrados corroboram com os resultados obtidos em trabalhos anteriores acerca dos fatos estilizados sobre os retornos financeiros do mercado brasileiro.

Tabela 4.1: Estatísticas descritivas da amostra para todo o período analisado. Em parênteses os p-valores dos testes de normalidade.

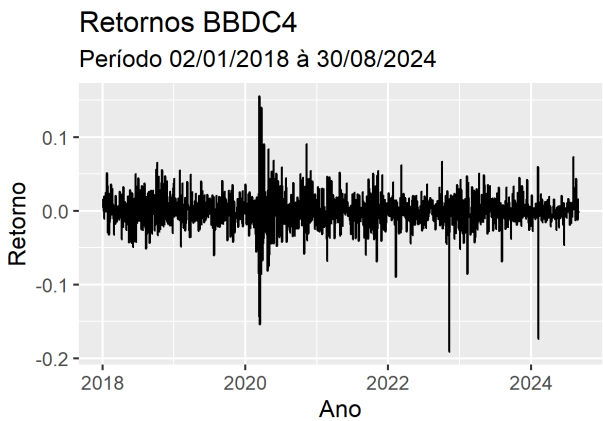
	BBAS3	BBDC3	BBDC4	ITSA4	ITUB4	IBOV
Mínimo	-0,182596	-0,174504	-0,19097	-0,115023	-0,198015	-0,15993
Máximo	0,158081	0,15124	0,155866	0,095604	0,104894	0,130223
Média	0,000324	-0,000158	-0,000139	0,000173	0,000137	0,000337
Mediana	0,000519	0	0	0	0	0,000595
Variância	0,000561	0,000494	0,000518	0,000335	0,000395	0,000247
Desvio padrão	0,023678	0,022233	0,022749	0,018307	0,019877	0,015701
<b>Assimetria</b>	<b>-0,406797</b>	<b>-0,494821</b>	<b>-0,65816</b>	<b>-0,180297</b>	<b>-0,585967</b>	<b>-1,359586</b>
<b>Curtose</b>	<b>10,2822</b>	<b>8,638763</b>	<b>10,340246</b>	<b>3,755518</b>	<b>8,103395</b>	<b>19,809502</b>
<b>Teste JB</b>	<b>7354,62</b>	<b>5.227,53</b>	<b>7511,27</b>	<b>985,2089</b>	<b>4635,25</b>	<b>27629,94</b>
	<b>(0,0000)</b>	<b>(0,0000)</b>	<b>(0,0000)</b>	<b>(0,0000)</b>	<b>(0,0000)</b>	<b>(0,0000)</b>
<b>Teste AD</b>	<b>24,3048</b>	<b>17,08634</b>	<b>20,5775</b>	<b>8,1616</b>	<b>10,0796</b>	<b>21,6711</b>
	<b>(1,1e-55)</b>	<b>(3,4e-40)</b>	<b>(8,7e-48)</b>	<b>(7,1e-20)</b>	<b>(2,4e-24)</b>	<b>(4e-50)</b>

Fonte: Elaboração própria

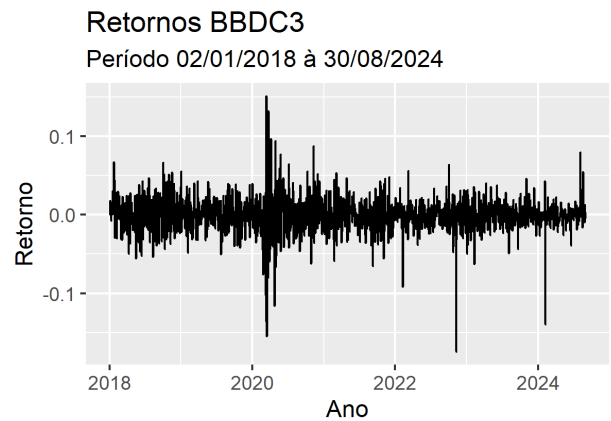
Nas Figuras 4.1 e 4.2 são apresentadas as séries de retorno, assim como o histograma das respectivas séries com a distribuição normal (4.2). Em todas as séries de retorno (4.1), no período de início da emergência sanitária houve variações significativas nos retornos, indicando um momento de forte instabilidade no mercado. É possível observar que as séries são não-gaussianas com a presença de caudas pesadas e picos ao centro do gráfico (4.2). No contexto do fluxo de informações entre séries financeiras, as observações encontradas nos extremos da distribuição dos retornos possuem um interesse especial na análise pois afetam a percepção dos

agentes acerca dos ativos.

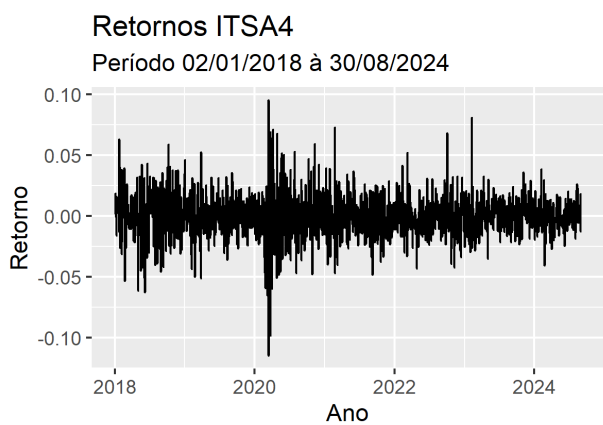
Figura 4.1: Série de Retornos.



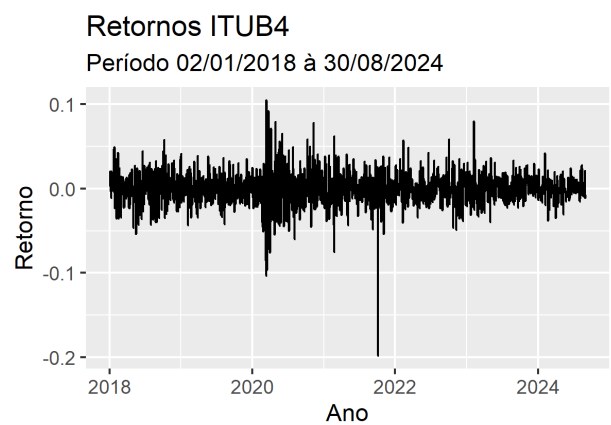
Fonte: Elaboração própria



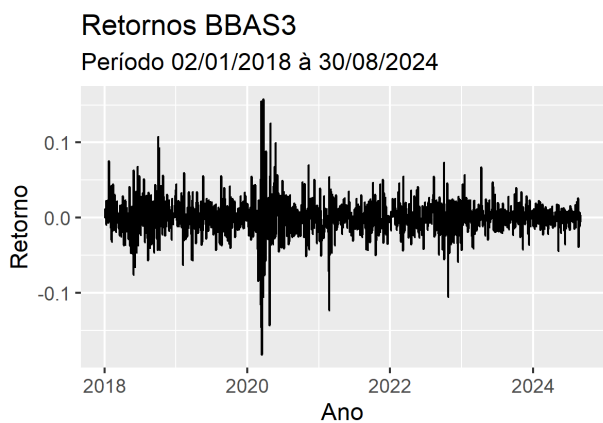
Fonte: Elaboração própria



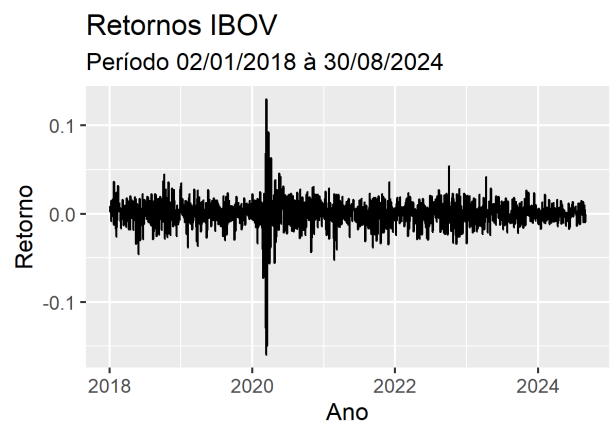
Fonte: Elaboração própria



Fonte: Elaboração própria



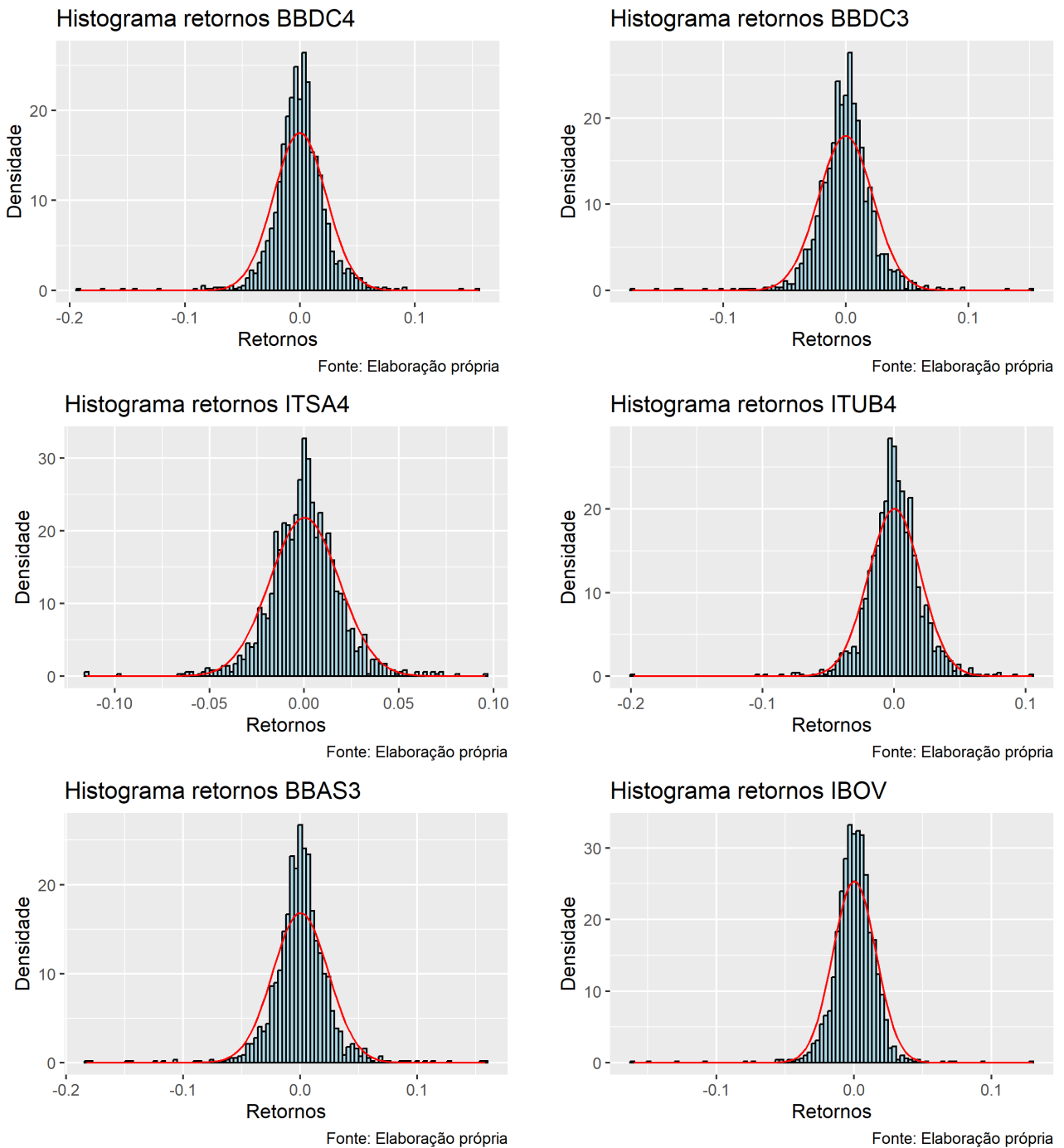
Fonte: Elaboração própria



Fonte: Elaboração própria

Fonte: Elaboração própria

Figura 4.2: Histograma dos Retornos.



Fonte: Elaboração própria

## 4.2 ANÁLISE VIA *TRANSFER ENTROPY*

Para todo o período analisado conforme as Tabela 4.2 e 4.3 representadas pelas Figuras 4.3 e 4.4, a ordem do processo de Markov assumida para o cálculo da *Transfer Entropy* mostrou que algumas ações sofreram influência quando modificamos os  $k$  e  $l$  estados anteriores das probabilidades de transição (Figura 4.3 e 4.4). A diferença entre os valores da TE (ação→IBOV) e TE (IBOV→ação) estão representadas nas últimas colunas das Tabelas 4.2 e 4.3, onde os valores positivos indicam o fluxo de informação no sentido da ação para o índice, enquanto os valores negativos indicam o fluxo de informação no sentido do índice para ação. Os ativos BBDC3 e BBAS3, quando dependem dos retornos do dia anterior, sofreram influência da performance do índice Bovespa. Porém, ao incluirmos os dois dias anteriores, esses ativos passaram a influenciar o índice. Já para o ativo ITUB4, ocorreu a situação contrária. As ações BBDC4 e ITSA4 foram invariantes a ordem do processo assumida, com a primeira influenciando mais o índice, enquanto a segunda foi mais influenciada pelo Ibovespa, para os casos das ordens analisadas.

Tabela 4.2: Resultados da *Transfer Entropy* com  $k = l = 1$  para todo o período.

Ticket	TE(ação→IBOV)	TE(IBOV→ação)	Diferença
BBDC3	0,0091	0,0093	-0,0002
BBDC4	0,0109	0,0055	0,0054
BBAS3	0,0061	0,0070	-0,0009
ITSA4	0,0083	0,0096	-0,0013
ITUB4	0,0097	0,0092	0,0005

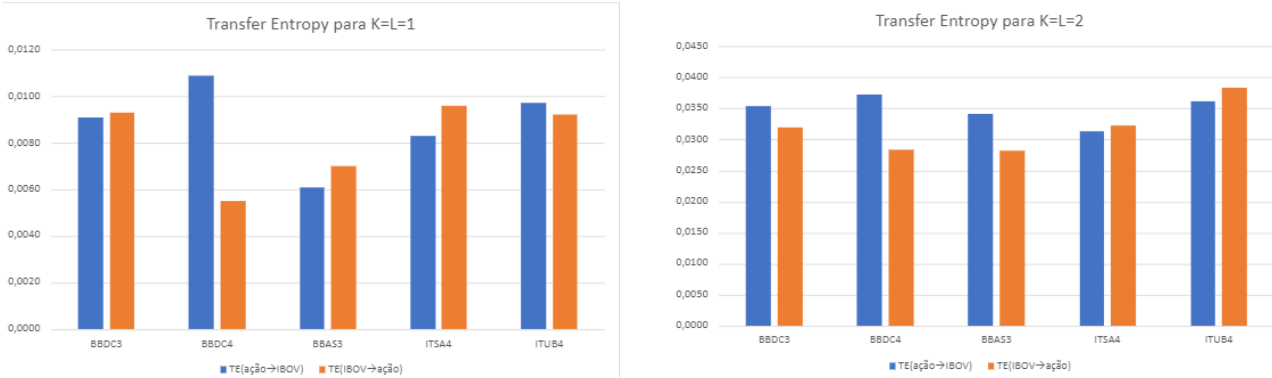
Fonte: Elaboração própria

Tabela 4.3: Resultados da *Transfer Entropy* com  $k = l = 2$  para todo o período.

Ticket	TE(ação→IBOV)	TE(IBOV→ação)	Diferença
BBDC3	0,0354	0,0320	0,0034
BBDC4	0,0372	0,0283	0,0089
BBAS3	0,0341	0,0282	0,0059
ITSA4	0,0314	0,0323	-0,0009
ITUB4	0,0362	0,0384	-0,0022

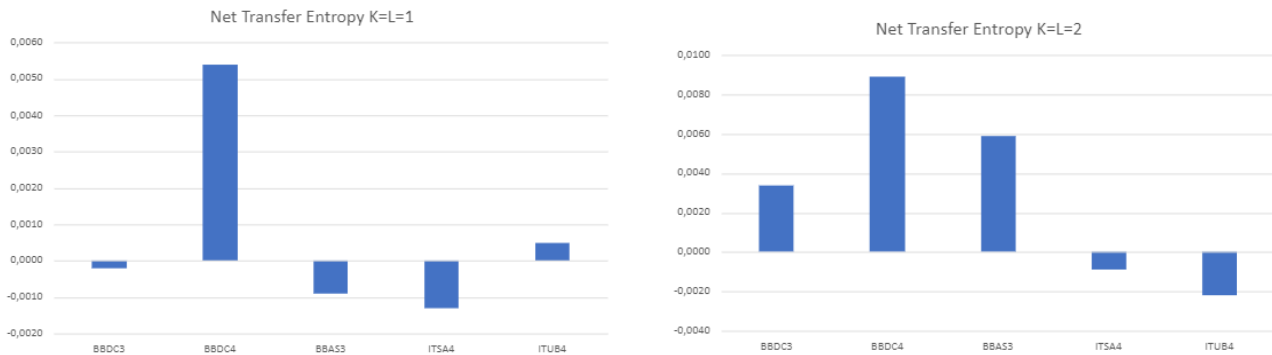
Fonte: Elaboração própria

Figura 4.3: Valores da *Transfer Entropy* para  $k = l = 1$ , a esquerda, e para  $k = l = 2$ , a direita.



Fonte: Elaboração própria

Figura 4.4: Valores da *Net Transfer Entropy* para  $k = l = 1$ , a esquerda, e para  $k = l = 2$ , a direita.



Fonte: Elaboração própria

No período anterior à emergência sanitária de SARS-COVID-19 no Brasil, mostrado na Tabela 4.4. Podemos observar que a performance do índice Bovespa influenciou as ações presentes na amostra, independente da ordem do processo de Markov, com exceção da ação do Banco do Brasil SA (BBAS3) que em ambos os casos teve o fluxo de informação predominante no sentido da ação para o Ibovespa.

Tabela 4.4: Resultados da *Transfer Entropy* para o período anterior a SARS-COVID-19. TE→IBOV indica o sentido da ação para o índice e TE→ação indica o sentido do índice para a ação.

Ticket	K=L=1			K=L=2		
	TE→IBOV	TE→ação	Diferença	TE→IBOV	TE→ação	Diferença
BBDC3	0,0070	0,0184	-0,0114	0,0191	0,0335	-0,0144
BBDC4	0,0061	0,0123	-0,0062	0,0203	0,0262	-0,0059
BBAS3	0,0127	0,0109	0,0018	0,0496	0,0336	0,0160
ITSA4	0,0030	0,0130	-0,0100	0,0170	0,0238	-0,0068
ITUB4	0,0036	0,0181	-0,0145	0,0129	0,0338	-0,0209

Fonte: Elaboração própria

Na Tabela 4.5 podemos ver os resultados obtidos durante o período da pandemia de SARS-COVID-19. Durante este período, observamos que a introdução de um estado anterior adicional,

aumentou o número de ativos para o qual o fluxo de informações foi predominante no sentido do índice Bovespa para as respectivas ações. A ação correspondente ao banco Itaú Unibanco SA (ITUB4) passou a sofrer influência do índice com a adição de um estado anterior adicional. Quando observamos somente o caso com  $k = l = 1$ , percebemos que para as ações ordinárias o fluxo de informação é predominante no sentido do índice para a ação, enquanto as ações preferenciais o fluxo de informação predomina no sentido da ação para o índice. As ações do Banco Bradesco SA (BBDC3 e BBDC4), em ambos os casos, apresentaram esta característica, com a preferencial transferindo mais informação para o índice, enquanto a ordinária recebe mais informação dele.

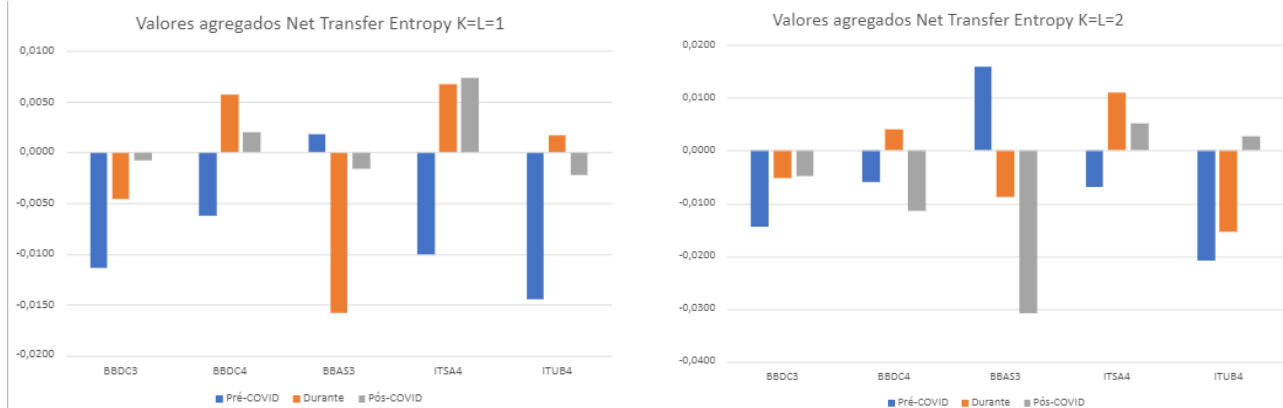
Tabela 4.5: Resultados da *Transfer Entropy* para o período da SARS-COVID-19.  $TE \rightarrow IBOV$  indica o sentido da ação para o índice e  $TE \rightarrow ação$  indica o sentido do índice para a ação.

Ticket	K=L=1			K=L=2		
	$TE \rightarrow IBOV$	$TE \rightarrow ação$	Diferença	$TE \rightarrow IBOV$	$TE \rightarrow ação$	Diferença
BBDC3	0,0202	0,0248	-0,0046	0,0630	0,0681	-0,0051
BBDC4	0,0175	0,0118	0,0057	0,0657	0,0616	0,0041
BBAS3	0,0215	0,0373	-0,0158	0,0367	0,0455	-0,0088
ITSA4	0,0272	0,0205	0,0067	0,0915	0,0805	0,0110
ITUB4	0,0232	0,0215	0,0017	0,0638	0,0792	-0,0154

Fonte: Elaboração própria

Dentro de uma visão geral, ilustrada na Figura 4.5, podemos observar que no período pré-COVID-19 as ações da amostra em sua maioria, sofreram maior influência do índice Bovespa, sendo a exceção o ativo BBAS3. Para o ativo ITSA4, a crise sanitária inverteu o fluxo de informações, no período anterior, o ativo era influenciado pelo índice e ao final da pandemia, passou a influenciá-lo. Durante o período da SARS-COVID-19, apenas o ativo ITUB4 sofreu alteração na direção do fluxo de informações com a mudança da ordem do processo de Markov.

Figura 4.5: Valores agregados da *Net Transfer Entropy* dos ativos para  $k = l = 1$ , a esquerda, e para  $k = l = 2$ , a direita



Fonte: Elaboração própria

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho utilizamos a *Transfer Entropy* para mensurar o fluxo de informações entre uma amostra de ações do setor financeiro no mercado brasileiro no contexto da pandemia de SARS-COVID-19. A nossa amostra constituiu de quatro empresas brasileiras do setor financeiro, representadas pelas suas ações ordinárias e preferenciais, que estão contidas na carteira teórica do índice Bovespa, onde através das séries de retornos diários realizamos a medição deste fluxo.

Neste estudo observamos que as séries de retorno dos ativos, apresentaram comportamento não-gaussiano, com presença de caudas pesadas e assimetria. Estes resultados corroboram os achados encontrados em estudos anteriores sobre o tema, o que advoga para o uso de novas metodologias de análise de séries financeiras que levem em consideração as características encontradas nos dados empíricos. O uso de duas ordens distintas para os processos de Markov envolvidos na medida da *Transfer Entropy*, proporcionou uma visão mais ampla sobre a influência dos valores passados na dinâmica do fluxo de informação, incorporando prazos operacionais da bolsa. Onde em períodos de condições normais de mercado, período anterior à emergência sanitária, os resultados obtidos foram qualitativamente indiferentes. Dentro do período da pandemia, foi possível observar com  $k = l = 1$ , que as ações preferenciais da amostra transferem mais informação ao índice do que vice-versa. Esta observação pode ser um indicativo de preferência dos investidores, nos momentos de crise, em ações que forneçam rendimentos adicionais, dado que as ações preferenciais pagam um percentual adicional nos seus dividendos em relação às ações ordinárias.

Embora a amostra utilizada neste trabalho possua poucas ações analisadas, estas ações possuem um peso significativo na carteira teórica do índice, o uso da *Transfer Entropy* para análise das relações entre as séries financeiras se mostrou uma metodologia capaz de fornecer novas percepções para a compreensão da dinâmica dos mercados financeiros. Neste trabalho estudamos as relações entre uma amostra do setor financeiro e o índice Bovespa. Em estudos futuros, dentro do contexto da pandemia de SARS-COVID-19, uma análise mais global, contendo as ações que compõem o índice, pode fornecer uma visão geral do fluxo de informações entre as ações e o índice, identificando os ativos e setores que influenciam os retornos do índice ou são influenciados pela performance dele. Uma outra linha de estudo, pode-se analisar o fluxo de informação dentro de uma perspectiva de estratégia de investimento em composição de carteiras.

## 6. REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, Alexandre. Mercado Financeiro. 14<sup>a</sup> ed. São Paulo: Atlas, 2018.

ASSAF, Ata; MOKNI, Khaled; YOUSSEF, Manel. COVID-19 and information flow between cryptocurrencies, and conventional financial assets. *The Quarterly Review Of Economics And Finance*, [S.L.], v. 89, p. 73-81, jun. 2023.

BARBACHAN, José Fajardo; SCHUSCHNY, Andrés Ricardo; SILVA, André de Castro. Lévy processes and the Brazilian market. *Brazilian Review Of Econometrics*, [S.L.], v. 21, n. 2, p. 263-289, 2 nov. 2001.

BARNETT, Lionel; BARRETT, Adam B.; SETH, Anil K.. Granger Causality and Transfer Entropy Are Equivalent for Gaussian Variables. *Physical Review Letters*, [S.L.], v. 103, n. 23, p. 238701, 4 dez. 2009.

BARROS CORREIA, Luisa Matos de. Modelagem e previsão do risco de mercados com o uso do VaR. 2018. 64 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. Investimentos. 8<sup>a</sup> ed. McGraw Hill, 2015.

BOSSOMAIER, Terry; BARNETT, Lionel; HARRÉ, Michael; LIZIER, Joseph T.. *An Introduction to Transfer Entropy: information flow in complex systems*. Cham: Springer, 2016.

BRASIL. Ministério da Saúde. Gabinete do Ministro. Portaria n<sup>o</sup> 188, de 03 de fevereiro de 2020. Declara Emergência em Saúde Pública de importância Nacional (ESPIN) em decorrência da Infecção Humana pelo novo Coronavírus (2019-nCoV). *Diário Oficial da União*. Brasília, 2020.

BRASIL. Ministério da Saúde. Gabinete do Ministro. Portaria n<sup>o</sup> 913, de 22 de abril de 2022. Declara o encerramento da Emergência em Saúde Pública de Importância Nacional (ESPIN) em decorrência da infecção humana pelo novo coronavírus (2019-nCoV) e revoga a Portaria GM/MS n<sup>o</sup> 188, de 3 de fevereiro de 2020. *Diário Oficial da União*. Brasília, 2022.

B3. BRASIL, BOLSA, BALCÃO. Guia Por dentro da B3. Disponível em:

[https://www.b3.com.br/pt\\_br/b3/educacao/certificacoes-pqo/guia-de-estudo/](https://www.b3.com.br/pt_br/b3/educacao/certificacoes-pqo/guia-de-estudo/). Acesso em:

01 set. 2024.

CHOI, Insu; LEE, Myounggu; KIM, Hyejin; KIM, Woo Chang. Elucidating Directed Statistical Dependencies: investigating global financial market indices' influence on Korean short selling activities. *Pacific-Basin Finance Journal*, [S.L.], v. 79, p. 102018, jun. 2023.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS. Resolução nº 135, de 10 de junho de 2022. Dispõe sobre o funcionamento dos mercados regulamentados de valores mobiliários; a constituição, organização, funcionamento e extinção das entidades administradoras de mercado organizado; a prestação dos serviços referidos no § 4º do art. 2º da Lei nº 6.385, de 7 de dezembro de 1976, e no art. 28 da Lei nº 12.810, de 15 de maio de 2013; e revoga a Instrução CVM nº 168, 23 de dezembro de 1991, a Instrução CVM nº 283, de 10 de julho de 1998, a Instrução CVM nº 312, de 13 de agosto de 1999, a Instrução CVM nº 330, de 17 de março de 2000, a Instrução CVM nº 461, de 23 de outubro de 2007, a Instrução CVM nº 467, de 10 de abril de 2008, a Instrução CVM nº 468, de 18 de abril de 2008, a Instrução CVM nº 499, de 13 de julho de 2011, a Instrução CVM nº 508, de 19 de outubro de 2011, a Instrução CVM nº 544, de 20 de dezembro de 2013, e a Nota Explicativa CVM nº 24, de 27 de novembro de 1981.. Resolução CVM N° 135, de 10 de Junho de 2022 Com As Alterações Introduzidas Pela Resolução CVM N° 170/22. Disponível em: <https://conteudo.cvm.gov.br/legislacao/resolucoes/resol135.html>. Acesso em: 01 set. 2024.

CONT, R.. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, [S.L.], v. 1, n. 2, p. 223-236, fev. 2001.

COVER, Thomas M.; THOMAS, Joy A.. *Elements of Information Theory*. 2. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

DAS, Keya Rani. A Brief Review of Tests for Normality. *American Journal Of Theoretical And Applied Statistics*, [S.L.], v. 5, n. 1, p. 5, 2016. Science Publishing Group.

DIMPFL, Thomas; PETER, Franziska Julia. Using transfer entropy to measure information flows between financial markets. *Studies In Nonlinear Dynamics And Econometrics*, [S.L.], v. 17, n. 1, p. 85-102, 14 jan. 2013.

DIMPFL, Thomas; PETER, Franziska J.. The impact of the financial crisis on transatlantic information flows: an intraday analysis. *Journal Of International Financial Markets, Institutions And Money*, [S.L.], v. 31, p. 1-13, jul. 2014.

FAJARDO, José; FARIAS, Aquiles. Generalized Hyperbolic Distributions and Brazilian Data. *Brazilian Review Of Econometrics*, [S.L.], v. 24, n. 2, p. 249-271, 2 nov. 2004.

FARIAS, Aquiles Rocha de. Modelando descontinuidades em finanças usando distribuições hiperbólicas generalizadas. 2006. 111 f. Tese (Doutorado em Economia) -Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

- FERREIRA, P.; ALMEIDA, D.; DIONÍSIO, A.; QUINTINO, D.; ASLAM, F. The use of transfer entropy to analyse the comovements of European Union stock markets: a dynamical analysis in times of crises. *Revista Galega de Economía*, v. 31, n. 3, p. 1-21, 24 Nov. 2022.
- GRANGER, C. W. J.. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Econometrica*, [S.L.], v. 37, n. 3, p. 424, ago. 1969.
- GRANGER, C.W.J.. Some recent development in a concept of causality. *Journal Of Econometrics*, [S.L.], v. 39, n. 1-2, p. 199-211, set. 1988.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. *Econometria Básica*, 5. ed. Bookman: Porto Alegre, 2011.
- HLAVACKOVA-SCHINDLER, Katerina. Equivalence of Granger Causality and Transfer Entropy: a generalization. *Applied Mathematical Sciences, Bulgaria*, v. 5, n. 73, p. 3637-3648, maio 2011.
- JALE, Jader S.; F.A.X. JÚNIOR, Sílvio; STOSIC, Tatijana; STOSIC, Borko; FERREIRA, Tiago A.E.. Information flow between Ibovespa and constituent companies. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, [S.L.], v. 516, p. 233-239, fev. 2019.
- KIM, Ho-Yong; KWON, Okyu; OH, Gabjin. A causality between fund performance and stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, [S.L.], v. 443, p. 439-450, fev. 2016.
- KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A.. On Information and Sufficiency. *The Annals Of Mathematical Statistics*, [S.L.], v. 22, n. 1, p. 79-86, mar. 1951.
- KWON, O.; YANG, J.-S.. Information flow between stock indices. *Epl (Europhysics Letters)*, [S.L.], v. 82, n. 6, p. 68003, 29 mai. 2008.
- KWON, Okyu; YANG, Jae-Suk. Information flow between composite stock index and individual stocks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, [S.L.], v. 387, n. 12, p. 2851-2856, mai. 2008.
- LAMOUNIER, Wagner Moura; NOGUEIRA, Else Monteiro. Causalidade entre os retornos de mercados de capitais emergentes e desenvolvidos. *Revista Contabilidade & Finanças*, [S.L.], v. 18, n. 43, p. 34-48, abr. 2007.
- SKRINJARIC, Tihana; QUINTINO, Derick; FERREIRA, Paulo. Transfer Entropy Approach for Portfolio Optimization: an empirical approach for cese markets. *Journal Of Risk And Financial Management*, [S.L.], v. 14, n. 8, p. 369, 12 ago. 2021.
- MARANHÃO, André Nunes; MOREIRA, Guilherme Costa Chadud. Dividendos e volatilidades: spillover e causalidade em segunda ordem, cambial e financeira. *Brazilian*

Review Of Finance, [S.L.], v. 19, n. 4, p. 28-85, 24 dez. 2021.

MARTINS, Thalita Rovina; CREPALDI, Antonio Fernando. Fatos estilizados no mercado brasileiro de ações: uma análise do índice da bolsa de valores de São Paulo. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 31., 2011, Belo Horizonte. Anais [...]. Rio de Janeiro: Abepro, 2011.

OLIVEIRA, Wendy Sidon Meira de; MARANHÃO, André Nunes. Spillovers de Volatilidades Cambiais e de Mercados Financeiros Internacionais no Mercado Acionário Brasileiro. Brazilian Review Of Finance, [S.L.], v. 15, n. 4, p. 569-603, 20 jun. 2018.

PEREIRA, Alef Rodrigo; PALMUTI, Cláudio Silva; PORTUGAL JUNIOR, Pedro dos Santos; SILVA, Sheldon William; ALVES, Alessandro Ferreira. A influência dos índices setoriais da Bolsa de Valores sobre o índice Ibovespa: uma análise estatística-econométrica para o período 2015 e 2016. Revista Debate Econômico (Rede), [S.L.], v. 6, n. 2, p. 63-85, jul. 2018.

RAMEH, Leila Milfont. Estudo de séries temporais de preços de petróleo, etanol e açúcar através da Transfer Entropy. 2018. 71 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Biometria e Estatística Aplicada) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife.

SCHREIBER, Thomas. Measuring Information Transfer. Physical Review Letters, [S.L.], v. 85, n. 2, p. 461-464, 10 jul. 2000.

SHOJAIE, Ali; FOX, Emily B.. Granger Causality: a review and recent advances. Annual Review Of Statistics And Its Application, [S.L.], v. 9, n. 1, p. 289-319, 7 mar. 2022.