



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

GIOVANNA CELLY DE LIRA SILVA

ONDAS DE SPIN MAGNETOSTÁTICAS EM SISTEMAS MILIELETROMECÂNICOS

RECIFE - PE
2025

GIOVANNA CELLY DE LIRA SILVA

ONDAS DE SPIN MAGNETOSTÁTICAS EM SISTEMAS MILIELETROMECÂNICOS

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em
Licenciatura em Física da Universidade Federal Ru-
ral de Pernambuco (UFRPE).

Área de Concentração: Física

Orientador: Prof. Dr. José Holanda da Silva Júnior

Recife - PE
2025

GIOVANNA CELLY DE LIRA SILVA

ONDAS DE SPIN MAGNETOSTÁTICAS EM SISTEMAS MILIELETROMECAÑICOS

Monografia apresentada ao Curso de Graduaçaõ em licenciatura em Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco.

Aprovado em: 22/07/2025. CEGEN, Sala 102 - UFRPE

Banca examinadora

Prof. Dr. José Holanda da Silva Júnior, UFRPE
Orientador

Prof. Dr. José Ferraz de Moura Nunes Filho, UFRPE
Examinador

Prof. Dr. Sérgio Vladimir Barreiro Degiorgi, UFRPE
Examinador

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Ginalva, pois sem sua dedicação incomparável eu não teria chegado até aqui. Agradeço a Jonas, meu amado, por ser companheiro e base sólida nos momentos de turbulência. Aos meus amigos, meus mais sinceros agradecimentos. Essa jornada teria sido muito mais árdua sem vocês.

Ao professor Raul Montagne, dedico meu mais profundo “muito obrigada”. Seu olhar humano e atencioso para com aquela menina de 17 anos foi fundamental para que hoje eu pudesse concluir este curso.

Ao professor José Holanda, dedicado orientador, agradeço pela oportunidade de fazer parte do Núcleo de Optoeletrônica e Spintrônica e por poder aprender diretamente com um grande profissional.

À minha gatinha, Thalia, por ter deitado em cima das minhas notas de aula, dos meus livros e do meu notebook enquanto eu estudava. Você sempre sabia a hora de me distrair. Sinto sua falta.

À Universidade Federal Rural de Pernambuco, por ter sido minha casa ao longo desses anos.

RESUMO

Este trabalho de monografia apresenta um estudo sobre as ondas de spin magnetostáticas em sistemas milieletromecânicos (mEMS) baseados em filmes espessos ferromagnéticos. Inicialmente, realiza-se uma revisão teórica abrangente das propriedades magnéticas dos materiais, classificação dos materiais magnéticos e as equações de Maxwell aplicadas ao fenômeno, destacando as ondas de spin e suas características. Em seguida, discute-se a formulação teórica dos modos magnetostáticos, incluindo a equação de Walker, modos de precessão uniforme e os modos propagantes de volume e de superfície. A pesquisa avança com a análise dos sistemas mEMS, apresentando seus princípios, materiais utilizados e principais propriedades como piezoresistividade, piezoeletricidade e termoeletricidade, além de suas diversas aplicações, como acelerômetros, giroscópios, sensores de pressão e magnetômetros. Na seção de resultados, investigam-se as propriedades de propagação dos modos magnetostáticos de ondas de spin em filmes espessos, com destaque para a dinâmica da magnetização, quantização dos modos de volume, suas relações de dispersão e confinamento energético. São apresentados resultados numéricos detalhados, incluindo o cálculo da velocidade de grupo, e discutida a relevância desses modos para a operação e eficiência dos dispositivos mEMS. Também são explorados os modos de superfície e os modos mistos, ampliando a compreensão sobre os comportamentos magnetostáticos nesses sistemas. Finalmente, o trabalho apresenta uma análise geral dos modos de ondas de spin em sistemas mEMS, ressaltando as perspectivas futuras para aplicação e otimização destes dispositivos baseados em fenômenos magnéticos. O estudo contribui para o desenvolvimento teórico e aplicado de tecnologias magneto-mecânicas em escala micro, essenciais para a inovação em sensores e atuadores avançados.

Palavras-chave: Ondas de spin; Modos magnetostáticos; Modos de volume; Modos de superfície; Sistemas milieletromecânicos; mEMS.

ABSTRACT

This monograph presents a study on magnetostatic spin waves in millielectromechanical systems (mEMS) based on thick ferromagnetic films. Initially, a comprehensive theoretical review of the magnetic properties of materials, classification of magnetic materials, and Maxwell's equations applied to the phenomenon is carried out, highlighting spin waves and their characteristics. Next, the theoretical formulation of magnetostatic modes is discussed, including Walker's equation, uniform precession modes, and propagating volume and surface modes. The research progresses with an analysis of mEMS, presenting their principles, materials used, and main properties such as piezoresistivity, piezoelectricity, and thermoelectricity, as well as various applications such as accelerometers, gyroscopes, pressure sensors, and magnetometers. In the results section, the propagation properties of magnetostatic spin wave modes in thick films are investigated, emphasizing magnetization dynamics, quantization of volume modes, their dispersion relations, and energy confinement. Detailed numerical results are presented, including the calculation of group velocity, and the relevance of these modes for the operation and efficiency of mEMS devices is discussed. Surface and mixed modes are also explored, broadening the understanding of magnetostatic behaviors in these systems. Finally, the work presents a general analysis of spin wave modes in mEMS, highlighting future perspectives for application and optimization of these devices based on magnetic phenomena. The study contributes to the theoretical and applied development of magneto-mechanical technologies at the milliscale, essential for innovation in advanced sensors and actuators.

Keywords: Spin waves; Magnetostatic modes; Volume modes; Surface modes; Millielectromechanical systems; mEMS.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Biblioteca Central, Recife-PE, Brasil

S586o Silva, Giovanna Celly de Lira.
Ondas de spin magnetostáticas em sistemas milieletromecânicos
/ Giovanna Celly de Lira Silva. – Recife, 2025.
59 f. : il.

Orientador(a): José Holanda da Silva Junior.
Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura) – Universidade
Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Física, Recife,
BR-PE, 2025.

Inclui referências e anexo(s).

1. Ondas de spin. 2. Modos magnetostáticos. 3. Modos de
Volume 4. Superfícies (Física) 5. Sistemas milieletromecânicos
6. Sistemas microeletromecânicos I. Silva Junior, José Holanda
da, orient. II. Título

CDD 796

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Experimento de Stern-Gerlach	12
Figura 2 –	Representação esquemática de uma onda de spin: os vetores indicam a precessão dos momentos magnéticos dos elétrons em torno da direção do campo magnético efetivo. A perturbação em um spin propaga-se pelos vizinhos, formando uma oscilação coletiva.	13
Figura 3 –	Representação esquemática das configurações de acoplamento magnético em materiais ordenados: (a) ferromagnetismo , com momentos magnéticos paralelos, resultando em magnetização líquida significativa; (b) antiferromagnetismo , com acoplamento antiparalelo entre sub-redes equivalentes, gerando magnetização líquida nula; (c) ferrimagnetismo , com acoplamento antiparalelo entre sub-redes não equivalentes, resultando em magnetização líquida diferente de zero.	14
Figura 4 –	Modos de superfície propagam-se com a direção de propagação perpendicular ao campo magnético externo aplicado no plano do material; os modos de volume possuem propagação paralela ao campo aplicado; já os modos mistos combinam características dos modos de superfície e de volume, com uma direção de propagação intermediária entre 0 e 90°.	17
Figura 5 –	Matriz de sensor de pressão mEMS	20
Figura 6 –	Acelerômetros triaxiais mEMS ADXL354/ADXL355 (Analog Devices).	25
Figura 7 –	Módulo "breakout" contendo o giroscópio mEMS dual-axis IDG-300, capaz de medir taxas de rotação em dois eixos ortogonais.	26
Figura 8 –	Sensor de pressão mEMS com porta de entrada para medições barométricas ou biomédicas, como pressão arterial não invasiva.	27
Figura 9 –	Sensor de pressão mEMS piezoresistivo, usado em aplicações biomédicas e automotivas; converte variações de pressão em sinais elétricos.	28
Figura 10 –	Módulo Sensor de Magnetômetro E-block da Matrix Technology Solutions.	29
Figura 11 –	mEMS de YIG e GGG.	34
Figura 12 –	Relação de dispersão $\omega_k \times k_z$ para modos de volume.	36
Figura 13 –	Validação experimental do modelo teórico (ω_k vs ω_{kExp}).	37
Figura 14 –	Perfil da velocidade de grupo $v_g \times k_z$	38
Figura 15 –	Perfil de modos magnetostáticos de superfície obtido experimentalmente.	44
Figura 16 –	Distribuição simulada do campo dinâmico para modos magnetostáticos de superfície.	44
Figura 17 –	Velocidade de grupo $v_g(k_x)$ para modos de superfície.	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dimensões do filme de YIG e do substrato de GGG	34
Tabela 2 – Comparação entre modos magnetostáticos em filmes espessos	48

Sumário

1	Introdução	10
2	Revisão Teórica	12
2.1	Ondas de Spin	12
2.1.1	Propriedades Magnéticas dos Materiais	14
2.1.2	Classificação dos Materiais Magnéticos	14
2.1.3	Equações de Maxwell e Relações Constitutivas	15
2.2	Ondas de Spin Magnetostáticas	17
2.2.1	Equação de Walker	18
2.2.2	Relação de Dispersão e Modos de Propagação	19
2.3	Sistemas Milieletromecânicos	20
2.3.1	O que são mEMS?	20
2.3.2	Principais materiais utilizados	22
2.3.3	Piezoresistividade e piezoeletricidade em mEMS	23
2.3.4	Termoeletricidade em mEMS	23
2.3.5	Aplicações dos sistemas mEMS	24
2.3.6	Acelerômetro	24
2.3.7	Giroscópio	26
2.3.8	Sensores de Pressão mEMS	27
2.3.9	Magnetômetros mEMS	28
3	Resultados	30
3.1	Propagação de ondas de spin em mEMS	30
3.1.1	Dinâmica da magnetização	30
3.1.2	Condições de contorno e quantização modal	31
3.2	Modos de volume em filmes magnéticos espessos	32
3.2.1	Equação de dispersão e velocidade de grupo	33
3.2.2	Solução numérica da equação de dispersão	33
3.2.3	Parâmetros Físicos	34
3.2.4	Equações Fundamentais	35
3.2.5	Equação Característica	35
3.2.6	Método Numérico	35
3.2.7	Cálculo da Velocidade de Grupo	35
3.2.8	Análise dos Resultados Numéricos	35
3.2.9	Aplicações de Modos de Volume em Sistemas mEMS	38
3.3	Modos de superfície em filmes magnéticos espessos	39
3.3.1	Equação de dispersão e velocidade de grupo	40
3.3.2	Análise Numérica de Modos de Superfície	41
3.3.3	Parâmetros Físicos	41
3.3.4	Equação Característica	41
3.3.5	Método Numérico	42
3.3.6	Cálculo da Velocidade de Grupo	42
3.3.7	Análise dos modos magnetostáticos de superfície (Damon-Eshbach)	42

3.3.8	Potenciais Aplicações dos Modos de Superfície em Dispositivos mEMS .	45
3.4	Propagação de modos magnetostáticos mistos de ondas de spin em um sistema milieletromecânico de filme espesso	46
3.5	Análise geral dos modos de ondas de spin em um sistema milieletromecânico de filme espesso	47
3.6	Perspectivas	50
4	Conclusão	51
A	Código Python para Cálculo da Dispersão dos Modos de Superfície	55
B	Código Python para Cálculo da Dispersão dos Modos de Volume	56

1 Introdução

A spintrônica, ou eletrônica de spin, é um ramo emergente da física que visa controlar o fluxo de corrente em dispositivos utilizando não apenas a carga dos elétrons, mas também seu momento angular intrínseco, o spin. Embora o conceito de spin tenha sido introduzido originalmente para explicar a estrutura fina dos espectros atômicos (Caruso, F; Oguri, V., 2025), seu papel tornou-se central na compreensão do magnetismo, especialmente a partir da formulação de modelos fundamentais como os de Bloch, Heisenberg e Stoner. No final do século XX, a descoberta da magnetorresistência gigante (GMR) abriu caminho para a exploração tecnológica do spin, permitindo o desenvolvimento de dispositivos como cabeças de leitura de discos rígidos e memórias magnéticas não voláteis (MRAM). Desde então, o campo expandiu-se consideravelmente, abrangendo áreas como spin-óptica, fotônica de spin, caloritrônica de spin e magnônica. A magnônica, em particular, estuda a propagação de ondas de spin — também conhecidas como mágnons — em materiais magneticamente ordenados (Rezende, 2019). Essas ondas são excitações coletivas da magnetização e apresentam características favoráveis para o transporte de informação: dissipação reduzida, coerência de fase e escalas de comprimento de onda compatíveis com a miniaturização tecnológica. Além disso, elas não exigem o transporte físico de elétrons, o que as torna atraentes para dispositivos de baixa potência e alta frequência.

O desenvolvimento acelerado e a miniaturização contínua de dispositivos têm impulsionado avanços revolucionários na engenharia e física aplicada, catalisando o surgimento de sistemas micromecânicos (mEMS) como plataforma tecnológica multifuncional (Maluf; Williams, 2004). Esses sistemas, operando na escala milimétrica, integram sinergicamente propriedades elétricas, mecânicas, magnéticas e ópticas, permitindo aplicações inovadoras que abrangem desde sensores biomédicos de alta sensibilidade até sistemas de comunicação de última geração e dispositivos quânticos híbridos. A convergência desses fenômenos físicos em estruturas compactas representa um paradigma emergente na nanotecnologia, possibilitando a criação de dispositivos com eficiência energética superior e funcionalidades impossíveis de alcançar com tecnologias convencionais. Dentre os fenômenos magnéticos explorados em mEMS, as ondas de spin magnetostáticas destacam-se por suas propriedades únicas de propagação e controle não-volátil. Essas excitações coletivas da magnetização em materiais ferromagnéticos, cuja dinâmica é governada por interações dipolares de longo alcance, emergem como portadoras de informação promissoras para tecnologias pós-CMOS. Particularmente em filmes espessos (> 100 nm), os modos magnetostáticos exibem comportamentos de confinamento quântico e relações de dispersão ajustáveis via campo magnético externo (Damon; Eshbach, 1961), características que os tornam elementos fundamentais para dispositivos magnônicos de próxima geração.

Nos últimos anos, cresceu o interesse em integrar ondas de spin a mEMS, explorando o acoplamento entre a dinâmica magnética e graus de liberdade mecânicos. Sistemas mEMS baseados em filmes ferromagnéticos espessos oferecem uma plataforma promissora para a investigação de modos magnetostáticos, especialmente aqueles previstos por Damon e Eshbach, que descrevem modos de volume, superfície e mistos com propriedades de dispersão bem definidas (Stancil, 1993). Este trabalho tem como objetivo investigar a propagação de modos magnetostáticos de ondas de spin em sistemas mEMS de filme espesso, com foco na formulação teórica, simulação computacional e análise das possíveis aplicações tecnológicas desses modos. Ao longo desta monografia, serão explorados os fundamentos físicos das ondas de spin, a dedução da equação característica dos modos magnetostáticos, a obtenção numérica das relações de dispersão e a análise de sua viabilidade

para dispositivos magnetônicos integráveis.

Este trabalho inicia com uma revisão abrangente dos fundamentos teóricos do magnetismo contemporâneo, abordando a classificação hierárquica de materiais magnéticos, desde ferromagnetos convencionais até materiais topológicos emergentes, as relações constitutivas que regem a resposta magnética na presença de campos eletromagnéticos, formalizadas pelas equações de Maxwell, a teoria quântica de excitações magnéticas, com ênfase na gênese e propagação de magnons (AKHIEZER et al., 1968) e a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert e sua derivação para modos magnetostáticos. Aspectos cruciais da física de ondas de spin são examinados em profundidade, incluindo o formalismo unificado de Walker para modos magnetostáticos em geometrias confinadas e a distinção entre modos volumétricos, superficiais e mistos. A caracterização de sistemas mEMS é abordada através de uma perspectiva interdisciplinar, examinando materiais funcionais avançados e fenômenos de transporte acoplados (piezoresistividade, piezoelectricidade).

O cerne desta pesquisa concentra-se na propagação de modos magnetostáticos em filmes ferromagnéticos espessos, visando aplicações em sistemas milieletromecânicos (mEMS). A investigação desenvolvida oferece contribuições originais significativas, incluindo o mapeamento completo das relações de dispersão $\omega(\vec{k})$ para diferentes regimes de espessura, a quantificação dos efeitos de confinamento quântico em modos volumétricos, a análise da dinâmica não-linear sob regimes de alta potência e a modelagem de mecanismos de dissipação em interfaces magnéticas. Os resultados numéricos obtidos revelam comportamentos fundamentais para a compreensão e controle desses modos. Destacam-se, por exemplo, a presença de máximos de velocidade de grupo, definidos por $v_g = \partial\omega/\partial k$, em regiões específicas do espaço recíproco, bem como a ocorrência de transições topológicas nos espectros dos modos mistos. Além disso, observou-se uma dependência não-monotônica da largura de linha em função da espessura do filme, indicando regimes de acoplamento e dissipação distintos, e identificaram-se efeitos ressonantes em estruturas periódicas sub-wavelength, com implicações diretas no controle espectral de excitações magnônicas (SILVA JÚNIOR, 2018). Do ponto de vista da engenharia de dispositivos, os desafios associados à integração magnética em mEMS foram analisados sob três eixos fundamentais. Em primeiro lugar, a compatibilidade de materiais impõe limitações termomecânicas importantes nos processos de microfabricação. Em segundo, o controle preciso de anisotropias magnéticas torna-se essencial para a estabilização de domínios e a manutenção da coerência dos modos. Por fim, a eficiência do acoplamento magneto-mecânico precisa ser otimizada para garantir transferência de energia eficaz entre os subsistemas.

Diante desses avanços, emergem diversas perspectivas tecnológicas. Entre elas, destacam-se o desenvolvimento de sensores magnéticos com inspiração quântica capazes de detectar campos ultrafracos, inferiores a $1 \mu\text{T}$; a concepção de dispositivos neuromórficos baseados em propagação controlada de ondas de spin; e a exploração de metamateriais magnéticos com permissividade negativa. Ademais, sistemas híbridos envolvendo matéria e luz começam a se consolidar como alternativas promissoras para o processamento óptico-magnético em escalas nanométricas. Através desta abordagem interdisciplinar, este trabalho estabelece pontes conceituais entre magnetismo fundamental e engenharia aplicada, fornecendo ferramentas teóricas e insights experimentais para o desenvolvimento de uma nova geração de dispositivos mEMS inteligentes. As contribuições aqui apresentadas possuem implicações significativas para áreas estratégicas como computação verde, diagnóstico médico portátil e sistemas autônomos de alta confiabilidade, posicionando a magnônica como elemento central na próxima revolução tecnológica.

2 Revisão Teórica

A descoberta do spin do elétron foi impulsionada pelas limitações das explicações clássicas para certos desdobramentos observados nos espectros atômicos (Eisberg, 1979). A figura 1 representa o experimento de Stern-Gerlach, no qual átomos de prata saem de um forno e passam pela região entre dois polos magnéticos. Como o campo não é uniforme, cada átomo sofre uma força que depende do seu momento magnético, resultando em dois feixes separados ao atingir a placa de detecção. Esse desdobramento indicava que os elétrons possuíam um momento magnético, mas a explicação clássica – baseada somente no movimento orbital dos elétrons – não era suficiente para justificar a intensidade e os dois picos bem definidos no anteparo de detecção.

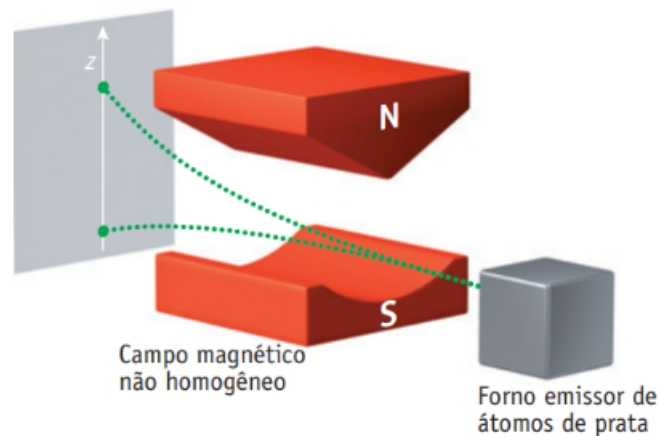


Figura 1 – Experimento de Stern-Gerlach

Com o avanço do modelo atômico de Bohr e o surgimento da mecânica quântica, passou a ficar claro que alguns espectros apresentavam um desdobramento extra (a estrutura fina) que não podia ser explicado apenas pelo momento angular orbital. Para solucionar essa discrepância, em 1925, Samuel Goudsmit e George Uhlenbeck, ainda estudantes de pós-graduação, propuseram que os elétrons possuíam um momento angular intrínseco, o spin do elétron, que adiciona uma pequena contribuição extra à energia total do elétron (G. Uhlenbeck, S. Goudsmit, 1925). Inicialmente concebido como uma rotação real da partícula, o spin passou a ser entendido como uma propriedade puramente quântica, sem equivalente clássico, e fundamental para explicar tanto o desdobramento observado no experimento de Stern-Gerlach quanto a estrutura fina dos espectros atômicos, proporcionando um melhor acordo entre a teoria e os dados experimentais.

2.1 Ondas de Spin

As ondas de spin são excitações coletivas de momentos magnéticos intrínsecos (spins) em materiais magnéticos, que se propagam como perturbações coordenadas. Essas ondas surgem da interação entre spins vizinhos, mediada principalmente por dois mecanismos: a interação de troca (de origem quântica, responsável pelo alinhamento de spins em escalas atômicas) e as interações dipolares (de natureza clássica, relevantes em sistemas macroscópicos) (Rezende, 2019). Quando um spin é perturbado de sua orientação de equilíbrio, essa perturbação não permanece localizada, mas se transmite através do material devido ao acoplamento entre spins, gerando a onda de spin.

Esse movimento pode ser comparado ao de um pião girando: o eixo do pião não aponta rigidamente para uma direção fixa, mas descreve um movimento circular — chamado precessão — em torno da direção vertical. De forma análoga, o momento magnético de um elétron também realiza um movimento de precessão ao redor de um campo magnético efetivo. Se esse movimento for levemente perturbado, ele começa a oscilar, e essa oscilação influencia os spins vizinhos, como se uma fileira de piões começasse a balançar em sequência, gerando uma onda coordenada — a onda de spin. A figura 2 mostra uma representação esquemática de uma onda de spin.

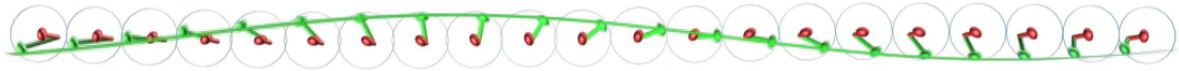


Figura 2 – Representação esquemática de uma onda de spin: os vetores indicam a precessão dos momentos magnéticos dos elétrons em torno da direção do campo magnético efetivo. A perturbação em um spin propaga-se pelos vizinhos, formando uma oscilação coletiva.

Quantizadas como mágnons (quasipartículas que carregam energia e momento angular), as ondas de spin são descritas teoricamente por modelos como o Hamiltoniano de Heisenberg e a equação de Landau-Lifshitz, que relacionam a dinâmica da magnetização com campos magnéticos externos e internos (Akhiezer et al., 1968). Em sistemas com interações de troca predominantes, as ondas de spin apresentam altas frequências e curto comprimento de onda, enquanto em sistemas onde as interações dipolares dominam, surgem os modos magnetostáticos, com comportamento distinto e aplicações específicas (Stancil, 1993).

A presença das interações dipolares e das condições de contorno levam à emergência dos chamados modos magnetostáticos, tipos específicos de ondas de spin que surgem quando a interação dipolar (de natureza clássica) domina o comportamento coletivo dos spins. Esses modos são particularmente relevantes em materiais ferromagnéticos confinados, como filmes, discos e guias de onda magnéticos. Entre eles, destacam-se os modos de Damon-Eshbach, que se propagam ao longo da superfície do material com o campo aplicado perpendicularmente à direção da onda, e os modos de volume, que se propagam paralelamente ao campo (Damon; Eshbach, 1961). Cada um desses modos apresenta uma relação de dispersão própria e características específicas de confinamento e dissipação, sendo fundamentais para o projeto de dispositivos baseados em ondas de spin.

A compreensão detalhada das ondas de spin, especialmente dos modos magnetostáticos, exige o apoio de conceitos fundamentais da teoria eletromagnética em meios magnéticos anisotrópicos e dispersivos (Rezende, 2019). Tópicos como as equações de Maxwell, as relações constitutivas, a aproximação magnetostática e a propagação de ondas em ferritas magnetizadas fornecem a base teórica necessária para descrever essas excitações. A seguir, esses conceitos serão tratados com maior profundidade, permitindo uma análise mais precisa dos diferentes modos de propagação e de suas aplicações.

2.1.1 Propriedades Magnéticas dos Materiais

Em termos de magnetismo, os materiais dividem-se em aqueles com momentos magnéticos permanentes (podem ter ordem de longo alcance ou serem desordenados) e aqueles sem momentos magnéticos permanentes. As propriedades magnéticas podem ser discutidas com referência à suscetibilidade magnética χ :

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \chi \vec{H} \quad (1)$$

2.1.2 Classificação dos Materiais Magnéticos

Os materiais magnéticos podem ser classificados em cinco tipos principais: **diamagnetismo**, **paramagnetismo**, **ferromagnetismo**, **ferrimagnetismo** e **antiferromagnetismo** (Rezende, 2019).

O **diamagnetismo** é uma resposta fraca e oposta ao campo aplicado, presente em todos os materiais, mas dominante apenas na ausência de momentos magnéticos permanentes. Já o **ferromagnetismo** ocorre quando os momentos magnéticos se alinham paralelamente devido à interação de troca, gerando magnetização líquida mesmo sem campo externo. No **antiferromagnetismo**, os momentos se alinham antiparalelamente em subredes equivalentes, anulando a magnetização total. O **ferrimagnetismo** também apresenta alinhamento antiparalelo, mas entre subredes com momentos desiguais, resultando em magnetização líquida não nula. Materiais como as ferritas e a granada de ferro e ítrio (YIG) são exemplos de ferrimagnéticos amplamente utilizados em micro-ondas e comunicações.

Na figura 3, mostramos o ordenamento magnético para o ferromagnetismo, antiferromagnetismo e ferrimagnetismo.

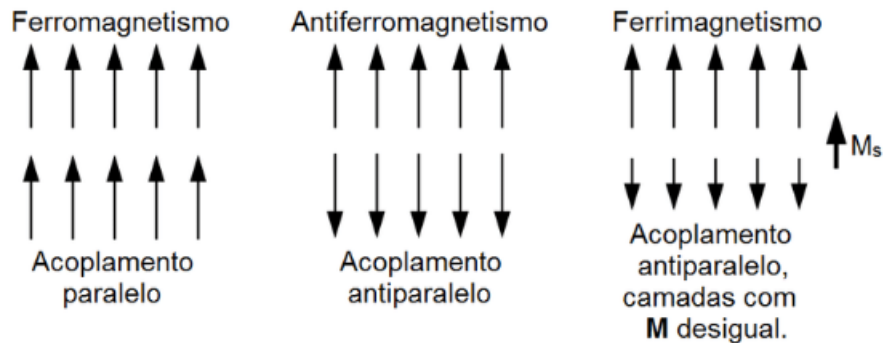


Figura 3 – Representação esquemática das configurações de acoplamento magnético em materiais ordenados: (a) **ferromagnetismo**, com momentos magnéticos paralelos, resultando em magnetização líquida significativa; (b) **antiferromagnetismo**, com acoplamento antiparalelo entre sub-redes equivalentes, gerando magnetização líquida nula; (c) **ferrimagnetismo**, com acoplamento antiparalelo entre sub-redes não equivalentes, resultando em magnetização líquida diferente de zero.

Com o aumento da temperatura, todos esses ordenamentos magnéticos tendem a desaparecer devido às flutuações térmicas. Acima de suas temperaturas críticas, os materiais tornam-se **paramagnéticos**, com momentos magnéticos alinhando-se de forma aleatória, respondendo apenas fracamente ao campo magnético externo aplicado \vec{H} .

A compreensão dos diferentes tipos de ordenamento magnético é fundamental para descrever como materiais respondem a campos magnéticos externos. Para descrever quantitativamente

esses fenômenos, é necessário recorrer às equações de Maxwell, que governam o comportamento dos campos elétrico e magnético na matéria. Em particular, a magnetização \vec{M} — que representa a densidade de momentos magnéticos nos materiais — surge naturalmente ao reformular as equações de Maxwell em meios materiais, influenciando diretamente o campo magnético induzido e o campo magnético externo (\vec{H}). A seguir, discutimos como essas equações se adaptam para descrever o comportamento eletromagnético em materiais magnetizados.

2.1.3 Equações de Maxwell e Relações Constitutivas

Nos materiais magnéticos, os campos elétrico e magnético interagem com cargas e momentos magnéticos microscópicos, sendo conveniente reescrever as equações de Maxwell utilizando os campos auxiliares \vec{D} e \vec{H} (Stancil, 1993). Para o magnetismo, a relação mais importante envolve a indução magnética \vec{B} , o campo magnético externo (aplicado) \vec{H} e a magnetização \vec{M} :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (2)$$

Essa equação mostra que a indução magnética total \vec{B} resulta da contribuição do campo aplicado \vec{H} e da resposta do material, representada pela magnetização \vec{M} . As equações de Maxwell, adaptadas para meios materiais magnéticos, ficam:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{\text{livre}} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_{\text{livre}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (6)$$

Onde:

- $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ é o vetor campo elétrico de deslocamento, com \vec{P} sendo a polarização elétrica;
- $\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M}$ é o campo magnético externo;
- ρ_{livre} e \vec{J}_{livre} são a densidade de carga e corrente livres, respectivamente.

Essas equações permitem descrever como os materiais interagem com campos eletromagnéticos externos, sendo fundamentais para o estudo da propagação de ondas, circuitos magnéticos e dispositivos baseados em materiais ferromagnéticos (Rezende, 2019).

As relações constitutivas descrevem como os materiais respondem aos campos elétrico e magnético. No vácuo, essas relações são lineares e definidas pelas constantes ϵ_0 e μ_0 :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (7)$$

Em materiais, a polarização \vec{P} e a magnetização \vec{M} modificam essas relações (Stancil, 1993):

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (8)$$

Para meios lineares e isotrópicos, temos:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}, \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad (9)$$

onde χ_e e χ_m são as susceptibilidades elétrica e magnética. Substituindo, obtemos:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} \quad (10)$$

com $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e)$ e $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$. Para materiais anisotrópicos, essas quantidades tornam-se tensores:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0(\bar{I} + \bar{\chi}_e), \quad \bar{\mu} = \mu_0(\bar{I} + \bar{\chi}_m) \quad (11)$$

Assim, materiais isotrópicos possuem resposta uniforme em todas as direções, enquanto os anisotrópicos apresentam resposta direcional, típica de cristais e materiais compostos. Em particular, quando analisamos a propagação de ondas eletromagnéticas em meios magneticamente anisotrópicos, como certas ferritas, surgem regimes em que a interação entre o campo magnético e a magnetização do meio se torna dominante. Nesses casos, torna-se relevante adotar a chamada *aproximação magnetoquasistática*, que permite descrever adequadamente o comportamento dos chamados modos magnetostáticos (Kabos; Stalmachov, 1994).

Ao considerarmos ondas planas uniformes propagando-se em uma direção arbitrária em um meio magnetizado, partimos das equações de Maxwell no domínio harmônico (Stancil, 1993):

$$\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \epsilon \vec{E}, \quad (12)$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad (13)$$

onde \vec{M} é a magnetização do meio. Manipulando essas equações, chega-se a expressões para os campos \vec{H} e \vec{E} em função da magnetização \vec{M} e do vetor de onda \vec{k} :

$$\vec{H} = \frac{k_0^2 \vec{M} - \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{M})}{k^2 - k_0^2}, \quad \text{com } k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon, \quad (14)$$

$$\vec{E} = \frac{\omega \mu_0}{k_0^2 - k^2} \vec{k} \times \vec{M}. \quad (15)$$

Note que, no limite em que $|\vec{k}| \gg k_0$, os campos \vec{E} e $\nabla \times \vec{H}$ tornam-se desprezíveis (caem como $1/k$), enquanto o campo \vec{H} permanece finito (desde que $\vec{k} \cdot \vec{M} \neq 0$). Assim, no regime de altas frequências espaciais, as equações de Maxwell se reduzem às chamadas *equações magnetoquasistáticas* (Damon; Eshbach, 1961):

$$\nabla \times \vec{H} = 0, \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (17)$$

com uma aproximação para o campo elétrico dada por:

$$\nabla \times \vec{E} = i\omega\vec{B}. \quad (18)$$

Essas expressões descrevem os *modos magnetoquasistáticos* ou, mais comumente, **modos magnetostáticos** (Stancil, 1993). Apesar do nome, esses modos correspondem a ondas com frequência finita, mas em que a componente elétrica da propagação é desprezível em relação à magnética. Tais modos são relevantes em diversas geometrias e dispositivos magnéticos, sendo particularmente importantes no estudo de excitações em ferritas, como as ondas de spin. A seguir, apresentaremos os modos magnetostáticos que surgem em geometrias específicas.

2.2 Ondas de Spin Magnetostáticas

Em materiais ferromagnéticos, as oscilações coletivas da magnetização podem ser descritas, em baixas frequências, pelas equações de Maxwell no regime quase-estático (Stancil, 1993). Nesse contexto, os **modos magnetostáticos** surgem como oscilações coerentes da magnetização, cuja forma e padrões de ressonância dependem da geometria e das condições de contorno da amostra (Rezende, 2019).

Esses modos propagam-se em meios magneticamente ordenados, como ferritas (Kabos; Stalmachov, 1994), e são classificados conforme sua localização e direção de propagação:

- **Modos de superfície:** propagam-se próximos à superfície, com amplitude decrescente em profundidade, geralmente perpendiculares ao campo magnético aplicado no plano da amostra (Damon; Eshbach, 1961).
- **Modos de volume:** propagam-se pelo interior do material, tipicamente paralelos ao campo aplicado.
- **Modos mistos:** apresentam características intermediárias, combinando confinamento e padrões de oscilação variáveis.

A Figura 4 ilustra as diferentes direções de propagação dos modos magnetostáticos em um filme ferromagnético.

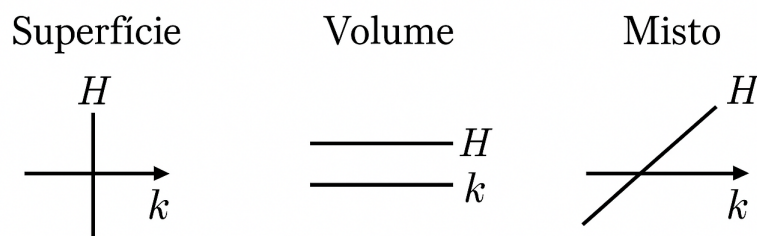


Figura 4 – **Modos de superfície** propagam-se com a direção de propagação perpendicular ao campo magnético externo aplicado no plano do material; os **modos de volume** possuem propagação paralela ao campo aplicado; já os **modos mistos** combinam características dos modos de superfície e de volume, com uma direção de propagação intermediária entre 0 e 90°.

2.2.1 Equação de Walker

A aproximação magnetoquasistática permite analisar modos de onda em meios onde os comprimentos de onda diferem significativamente daqueles observados em ondas eletromagnéticas convencionais (Stancil, 1993). As equações fundamentais neste regime, assumindo ausência de correntes livres, são:

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mathbf{B}. \quad (19)$$

Essas equações de Maxwell, sob a suposição de regime quase-estático, descrevem, respectivamente: o caráter irrotacional do campo magnético (\mathbf{H}), a conservação do fluxo magnético (\mathbf{B}) e a indução de campo elétrico pela variação temporal de \mathbf{B} . Para materiais ferromagnéticos, a relação constitutiva entre os campos é expressa por:

$$\mathbf{B} = \bar{\mu} \cdot \mathbf{H}, \quad (20)$$

onde o tensor de permeabilidade magnética é dado por:

$$\bar{\mu} = \mu_0 \begin{bmatrix} 1 + \chi & -i\kappa & 0 \\ i\kappa & 1 + \chi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$

em que χ representa a suscetibilidade magnética e κ expressa o acoplamento giromagnético, ambos dependentes da frequência da excitação ω e do campo magnético DC aplicado na direção z (Stancil, 1993). Considerando um potencial escalar ψ tal que:

$$\mathbf{H} = -\nabla\psi, \quad (22)$$

a substituição nas equações anteriores conduz à chamada **equação de Walker** (Damon; Eshbach, 1961):

$$(1 + \chi) \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (23)$$

Essa equação fundamental descreve como o potencial magnético se distribui dentro do meio magneticamente ordenado. Para ondas planas, assumindo $\psi \propto \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$, a equação de Walker assume a forma:

$$(1 + \chi)(k_x^2 + k_y^2) + k_z^2 = 0. \quad (24)$$

Definindo o ângulo θ entre o vetor de onda \mathbf{k} e o eixo z (direção do campo DC), obtém-se a relação de dispersão:

$$\omega = \gamma \sqrt{H_0 (H_0 + M_s \sin^2 \theta)}, \quad (25)$$

onde γ é a razão giromagnética, H_0 a intensidade do campo magnético DC, e M_s a magnetização de saturação. Esta relação revela que a frequência ω é independente do módulo do vetor de onda $|\mathbf{k}|$, permitindo a existência de modos com qualquer comprimento de onda e levando a uma degenerescência em frequência. Tal degenerescência pode ser quebrada por efeitos de fronteira ou pela inclusão de interações de troca — efeitos não considerados nesta abordagem simplificada (Kabos; Stalmachov, 1994). Os modos magnetostáticos descritos por essa equação fornecem o ponto de partida para a análise de excitações coerentes em estruturas magneticamente ordenadas.

2.2.2 Relação de Dispersão e Modos de Propagação

A equação de Walker estabelece o comportamento geral do potencial magnético em meios infinitos. Entretanto, para filmes finos, as condições de contorno nas interfaces dielétricas impõem restrições adicionais que definem os modos de propagação. Consideremos um filme ferromagnético de espessura d localizado entre $-d/2 < x < d/2$, com magnetização saturada ao longo do eixo z .

Assumimos uma solução da forma:

$$\psi(\mathbf{r}) = \varphi(x)e^{i(k_y y + k_z z)}, \quad (26)$$

que, substituída na equação de Walker, fornece:

$$(1 + \chi) \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - [(1 + \chi)k_y^2 + k_z^2] \varphi = 0. \quad (27)$$

Definindo $k_x^2 \equiv - \left(k_y^2 + \frac{k_z^2}{1 + \chi} \right)$, obtemos a equação de Helmholtz:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + k_x^2 \varphi = 0. \quad (28)$$

A solução geral no interior do filme é:

$$\varphi(x) = A \cos(k_x x) + B \sin(k_x x). \quad (29)$$

Condições de contorno:

Nas interfaces ($x = \pm d/2$), impomos:

1. Continuidade do potencial magnético ψ
2. Continuidade da componente normal de $\mathbf{B} = \bar{\mu} \cdot \mathbf{H}$

Considerando o tensor de permeabilidade, as condições se expressam como:

$$\psi^{\text{filme}} = \psi^{\text{dielétrico}} \quad \text{em } x = \pm d/2 \quad (30)$$

$$\mu_{xx} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \mu_{xy} \frac{\partial \psi}{\partial y} \Big|_{\text{filme}} = \mu_0 \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{\text{dielétrico}} \quad \text{em } x = \pm d/2 \quad (31)$$

onde $\mu_{xx} = \mu_0(1 + \chi)$ e $\mu_{xy} = -i\mu_0\kappa$. Após extensa manipulação algébrica, estas condições levam ao sistema homogêneo:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{M}_{11} & \mathcal{M}_{12} \\ \mathcal{M}_{21} & \mathcal{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = 0, \quad (32)$$

cujo determinante nulo fornece a equação característica de Damon-Eshbach:

$$\tan(k_x d) = \frac{2\mu(1 + \chi)k_x k_t}{\mu^2(1 + \chi)^2 k_x^2 - (k_t^2 + \kappa^2 k_y^2)}, \quad (33)$$

onde $k_t = \sqrt{k_y^2 + k_z^2}$ é o número de onda transversal. Introduzindo parâmetros adimensionais:

$$\Omega_H = \frac{\gamma\mu_0 H_0}{4\pi M_s}, \quad \Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_s}, \quad (34)$$

$$\nu = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2}, \quad \kappa = \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2}, \quad (35)$$

e definindo $\delta \equiv -\frac{k_x^2}{k_z^2} = \frac{1+\kappa \sin^2 \theta_k}{1+\kappa}$ com $\theta_k = \tan^{-1}(k_y/k_z)$, obtemos a forma compacta:

$$2(1 + \kappa)\sqrt{-\delta} \cot(k_x d) + \delta(1 + \kappa)^2 - \nu^2 \sin^2 \theta_k + 1 = 0. \quad (36)$$

O parâmetro δ determina a natureza física dos modos:

- $\delta > 0$: Corresponde a k_x imaginário puro ($k_x = i\alpha$). Soluções exponenciais indicam *modos de superfície*, com decaimento evanescente para o interior do material.
- $\delta < 0$: Corresponde a k_x real. Soluções oscilatórias caracterizam *modos de volume*, com formação de ondas estacionárias ao longo da espessura.
- $\delta = 0$: Caso limiar que define *modos mistos*, com comportamento híbrido entre superfície e volume.

A solução numérica da equação de Damon-Eshbach para diferentes valores de $k_x d$ fornece as curvas de dispersão $\omega(\mathbf{k})$, essenciais para o projeto de dispositivos que exploram a propagação direcional de ondas de spin. A capacidade de controlar seletivamente modos de superfície ou volume por meio da geometria e orientação do campo magnético torna esses fenômenos particularmente atraentes para aplicações no setor tecnológico e industrial.

2.3 Sistemas Mieleletromecânicos

2.3.1 O que são mEMS?

Os sistemas mieleletromecânicos, conhecidos pela sigla mMEMS, são dispositivos que integram componentes mecânicos miniaturizados, sensores, atuadores e circuitos eletrônicos em uma única estrutura, operando em escalas da ordem dos milímetros (MALUF; WILLIAMS, 2004). Essa integração permite que os mMEMS interajam com o ambiente, detectando, processando e respondendo a estímulos físicos como pressão, aceleração, temperatura, vibração, campos magnéticos, composição química ou fluxo de fluidos, combinando funcionalidades mecânicas e eletrônicas de forma compacta, autônoma e eficiente. Esses sistemas têm como característica central a multifuncionalidade em espaços reduzidos. Isso os torna ideais para aplicações em que tamanho, peso e consumo de energia precisam ser minimizados, sem comprometer a sensibilidade e a confiabilidade da resposta. Um bom exemplo é o sensor de pressão mostrado na figura 5: instalado dentro do motor de um carro, ele monitora em tempo real a pressão dos cilindros, otimizando a mistura ar-combustível para melhorar a eficiência energética e reduzir emissões.

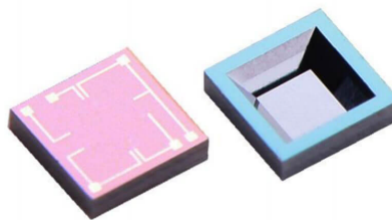


Figura 5 – Matriz de sensor de pressão mEMS

Além disso, os mMEMS têm se tornado estratégicos em ambientes extremos, como no setor aeroespacial, na indústria nuclear e em aplicações biomédicas. Nessas áreas, a capacidade de suportar variações bruscas de temperatura, pressão e radiação, mantendo o desempenho estável, é fundamental. A miniaturização permite, por exemplo, o desenvolvimento de dispositivos implantáveis, como sensores de pressão intracraniana, cateteres inteligentes ou microbombas para liberação controlada de fármacos.

Essa versatilidade decorre de avanços na microfabricação, especialmente em técnicas como litografia, deposição e corrosão de materiais semicondutores e poliméricos. Atualmente, a maioria dos mMEMS ainda são componentes ou subsistemas, mas há um movimento crescente rumo à criação de microssistemas completos com múltiplas funções integradas. Esse progresso depende da superação de desafios como acoplamento entre domínios físicos (mecânico, térmico, elétrico e magnético), consumo energético e compatibilidade entre materiais. Mesmo assim, já é possível observar sistemas mMEMS com sensores acoplados a atuadores e interfaces eletrônicas, capazes de operar com autonomia e realizar tarefas complexas, como monitoramento remoto, autorregulação ou resposta adaptativa a estímulos ambientais. Com base em décadas de desenvolvimento e na convergência entre eletrônica, micromecânica e ciência de materiais, os mMEMS têm se consolidado como tecnologias-chave para a próxima geração de dispositivos inteligentes em diversas áreas, da indústria à saúde, da robótica à energia.

A base para a construção dos mEMS é a microusinagem, que é um conjunto de técnicas usadas para fabricar estruturas extremamente pequenas — em materiais como silício, vidro ou polímeros (Gad-El-Hak, 2006). Basicamente, a microusinagem é uma versão miniaturizada das usinagens convencionais, mas em vez de serras e brocas, ela usa processos físicos e químicos muito precisos para "esculpir" microestruturas. O desenvolvimento dos mEMS está intimamente ligado à evolução da indústria dos circuitos integrados. A partir da década de 1960, técnicas como litografia e etching (gravura) foram estabelecidas para a produção de chips eletrônicos e, posteriormente, adaptadas para fabricar estruturas mecânicas em escala microscópica. Essa transição, motivada tanto pelo interesse científico quanto pela demanda por dispositivos mais precisos e compactos, ganhou destaque nas décadas seguintes. Na década de 1980, a criação de sensores de pressão baseados em silício evidenciou o potencial de utilizar este material para detectar deformações, marcando um importante ponto de virada na aplicação dessas tecnologias (Maluf; Williams, 2004). Na década de 1990, o campo dos mEMS consolidou-se com a introdução de acelerômetros milimecanizados em sistemas automotivos, como os sensores de colisão para airbags, que substituíram os antigos interruptores mecânicos e permitiram a medição direta da desaceleração dos veículos em frações de milissegundo (Gad-El-Hak, 2006). Essa inovação não só aprimorou a segurança veicular, mas também demonstrou a versatilidade e eficácia dos mEMS na combinação entre engenharia mecânica, eletrônica e ciência dos materiais.

A convergência entre esses conhecimentos tem permitido que os mEMS sejam aplicados de maneira abrangente em diversos setores. No setor automotivo, por exemplo, a substituição de interruptores mecânicos por acelerômetros aprimorou significativamente os sistemas de airbags, aumentando a segurança dos veículos com respostas rápidas e precisas. Na área da saúde, os mEMS se tornam fundamentais em dispositivos de diagnóstico e monitoramento, possibilitando inovações como sistemas de administração de medicamentos e sensores para a análise de parâmetros biológicos. Ainda, em telecomunicações e eletrônica de consumo, a utilização desses sistemas em dispositivos móveis e equipamentos de comunicação contribui para a melhoria da qualidade e da funcionalidade dos produtos. Com o avanço contínuo da tecnologia, os mEMS também expandem

sua presença em áreas emergentes, como a Internet das Coisas (IoT) e o monitoramento ambiental, impactando de forma crescente o cotidiano e as indústrias (Maluf; Williams, 2004). Assim, os mEMS surgem como uma evolução natural da microeletrônica, aproveitando o conhecimento e a infraestrutura já existentes para criar sistemas híbridos cada vez mais precisos e compactos (Gad-El-Hak, 2006). Essa tecnologia revolucionou diversos setores, não apenas ampliando as funcionalidades dos dispositivos modernos, mas também impulsionando a inovação em microescala para enfrentar os desafios tecnológicos do século XXI.

2.3.2 Principais materiais utilizados

Os sistemas milieletromecânicos empregam uma ampla variedade de materiais em sua fabricação, incluindo silício, vidro, cerâmicas, polímeros, metais e semicondutores compostos. Entre esses, o silício se destaca como o material preferencial, sobretudo devido à infraestrutura consolidada da indústria de circuitos integrados, à viabilidade econômica e à compatibilidade com os processos de fabricação em larga escala (Maluf; Williams, 2004). Além do silício puro, são utilizados materiais comumente empregados na indústria de semicondutores, como óxidos, nitretos e carbonetos de silício, bem como metais como alumínio, titânio, tungstênio e cobre, e ainda polímeros, a exemplo do fotoresist e da poliamida.

A escolha do silício como base para a fabricação de mEMS justifica-se por suas excelentes propriedades elétricas e mecânicas. Esse material pode ser obtido de forma economicamente viável em substratos monocristalinos, o que garante uma elevada uniformidade estrutural e a ausência de tensões internas, favorecendo a estabilidade de dispositivos como sensores e atuadores (Gad-El-Hak, 2006). Do ponto de vista elétrico, sua condutividade pode ser ajustada por meio do processo de dopagem, aspecto fundamental para aplicações eletrônicas integradas. Mecanicamente, o silício apresenta elevada resistência e elasticidade, com um módulo de Young que varia entre 130 e 169 GPa, a depender da orientação cristalográfica, valor comparável ao de materiais como o aço. Essas características fazem do silício um material altamente versátil, possibilitando a fabricação precisa e confiável de microestruturas complexas, essenciais para o desempenho e a miniaturização dos mEMS (Maluf; Williams, 2004).

Materiais ferrimagnéticos, como a granada de ítrio e ferro (YIG), têm se mostrado particularmente promissores na construção de sistemas mMEMS devido às suas propriedades magnéticas e dielétricas excepcionais. O YIG, por exemplo, apresenta baixíssima perda magnética na faixa de micro-ondas, alta estabilidade térmica e excelente resposta a campos magnéticos externos, características que o tornam ideal para aplicações em sensores magnéticos miniaturizados e guias de onda magnônicos (Stancil, 2009). Além disso, a combinação entre alta magnetização de saturação e anisotropia controlável favorece a propagação de modos magnetostáticos em geometrias confinadas. A compatibilidade dos ferrimagnéticos com processos de microfabricação e a possibilidade de acoplamento com sinais elétricos e mecânicos também contribuem para sua adoção crescente em dispositivos que exigem detecção precisa de variações ambientais em ambientes extremos (Huang et al., 2016). Portanto, o uso desses materiais não apenas viabiliza a operação eficiente dos mMEMS, como também expande suas aplicações nas áreas de sensoriamento, comunicações e controle inteligente.

2.3.3 Piezoresistividade e piezoeletricidade em mEMS

A piezoresistividade é a variação da resistividade elétrica de um material sob tensão mecânica, descoberta por Lord Kelvin em 1856 e ampliada em semicondutores por C. S. Smith em 1954 (Gad-El-Hak, 2006). Essa propriedade é crucial em mEMS devido aos altos coeficientes piezoresistivos (π) que podem ser até 100 vezes maiores do que em metais, o que confere alta sensibilidade aos sensores. Quando um material sofre deformação mecânica, suas bandas de energia são modificadas, alterando a mobilidade dos portadores de carga e, conseqüentemente, a resistividade (Maluf; Williams, 2004). A variação da resistividade relativa pode ser expressa como $\Delta\rho/\rho = \pi_{//}\sigma_{//} + \pi_{\perp}\sigma_{\perp}$, onde $\pi_{//}, \pi_{\perp}$ são os coeficientes piezoresistivos nas direções paralela e perpendicular à corrente, e $\sigma_{//}, \sigma_{\perp}$ são as tensões mecânicas nas respectivas direções.

Os materiais mais utilizados em mEMS para piezoresistividade incluem o silício, tanto tipo-p quanto tipo-n, que apresentam coeficientes piezoresistivos distintos dependendo da direção cristalina. O polissilício, com um fator de calibração $|K|$ de 30-40, é frequentemente empregado devido à sua estabilidade térmica superior ao silício cristalino. Aplicações típicas dessa propriedade incluem sensores de pressão, como os usados em dispositivos médicos e sistemas automotivos, e acelerômetros, que medem a inércia, como os encontrados em airbags. Entre as vantagens da piezoresistividade em mEMS estão a integração direta com circuitos CMOS, a resposta linear e o baixo custo de fabricação. No entanto, desafios como a deriva térmica, que pode ser minimizada por dopagem ou o uso de tensores, e a não linearidade, que é compensada com algoritmos de calibração *on-chip*, ainda precisam ser superados (Maluf; Williams, 2004).

Por outro lado, a piezoeletricidade, descoberta pelos irmãos Curie em 1880, é a capacidade de certos materiais gerarem um campo elétrico sob deformação mecânica (efeito direto) ou se deformarem quando submetidos a um campo elétrico (efeito inverso). Ela é explorada em mEMS devido à sua alta eficiência energética e reversibilidade (Gad-El-Hak, 2006). A piezoeletricidade ocorre em materiais com estruturas cristalinas assimétricas que geram dipolos elétricos sob tensão. Materiais comuns utilizados incluem quartzo, ZnO, PZT e PVDF, que são adequados para deposição por sputtering ou sol-gel e são frequentemente empregados em sensores de pressão e atuadores. Em mEMS, esses materiais podem ser usados para microbombas ou sistemas de posicionamento de precisão. No entanto, desafios incluem a necessidade de deposição uniforme dos filmes piezoelétricos, degradação térmica e compatibilidade com tecnologias CMOS (Gad-El-Hak, 2006).

Enquanto a piezoresistividade é usada principalmente para sensoriamento, a piezoeletricidade pode ser empregada tanto para sensoriamento quanto para atuação, sendo mais eficiente em termos energéticos. Contudo, a piezoeletricidade requer polarização externa, o que limita sua aplicação a frequências mais altas e sistemas AC, ao contrário da piezoresistividade, que é mais adequada para sistemas de corrente contínua e baixa frequência.

2.3.4 Termoeletricidade em mEMS

A termoeletricidade descreve a conversão entre gradientes térmicos e elétricos, envolvendo três efeitos principais: o efeito Seebeck, o efeito Peltier e o efeito Thomson. O efeito Seebeck, descoberto em 1822, ocorre quando um gradiente de temperatura (ΔT) entre dois materiais gera uma diferença de potencial elétrico (ΔV), dada por $\Delta V = (\alpha_2 - \alpha_1)(T_{\text{quente}} - T_{\text{fria}})$, onde α_1 e α_2 são os coeficientes de Seebeck dos materiais. O efeito Peltier, por sua vez, refere-se à absorção ou libe-

ração de calor em uma junção de dois materiais quando uma corrente elétrica passa por ela, sendo usado em dispositivos de resfriamento termoelétrico, como os encontrados em microprocessadores e sensores infravermelhos.

Materiais termoelétricos, como o telureto de bismuto (Bi_2Te_3) e ligas de silício-germânio, são usados em mEMS para a geração de energia a partir de gradientes térmicos ou para a medição precisa de temperatura com termopares miniaturizados. Embora a eficiência de conversão de calor em energia seja limitada (com eficiência de aproximadamente 5-8%), as tecnologias de *energy harvesting* estão sendo desenvolvidas para aproveitar calor residual e gerar energia em dispositivos autônomos. No entanto, a principal limitação da termoeletricidade em mEMS está na dificuldade de integrar materiais como Bi_2Te_3 a substratos de silício, além da necessidade de gerenciar a dissipação térmica em dispositivos compactos. Novos avanços, como o uso de nanomateriais e estruturas porosas, podem ajudar a aumentar a eficiência e viabilidade dessa tecnologia.

2.3.5 Aplicações dos sistemas mEMS

A versatilidade tecnológica dos mEMS possibilita aplicações em diversas áreas da engenharia, medicina e ciências aplicadas, com destaque para sensoriamento, atuação e controle de sinais físicos em sistemas miniaturizados (Gad-El-Hak, 2006).

Os mEMS atuam como sensores de parâmetros físicos com alta sensibilidade, baixa potência e integração direta com circuitos eletrônicos. Entre os principais sensores, destacam-se:

- **Acelerômetros e Giroscópios:** Utilizados em sistemas automotivos (airbags, estabilidade), eletrônicos portáteis e navegação inercial (Maluf; Williams, 2004).
- **Sensores de Pressão:** Empregados em monitoramento biomédico, automação industrial e sistemas hidráulicos (Maluf; Williams, 2004).
- **Sensores Magnéticos e de Campo:** Como sensores de efeito Hall e magnetorresistivos, aplicados em controle de posição, leitura de dados e robótica (Gad-El-Hak, 2006).

2.3.6 Acelerômetro

O acelerômetro é um transdutor eletromecânico projetado para medir a *aceleração própria* de um corpo — a aceleração que ele “sente” em relação a um referencial em queda livre, diretamente associada à sensação de peso. Diferentemente do cálculo de aceleração como variação de velocidade no tempo, o acelerômetro fornece essa grandeza de forma direta, o que permite, por integração do sinal, estimar velocidades e deslocamentos ou compor unidades de medição inercial (IMU) para navegação (Gad-El-Hak, 2006).

Nos dispositivos mEMS, o princípio de funcionamento mais comum baseia-se em uma microestrutura composta por uma massa inercial presa a molas, confinada a deslocar-se ao longo de um único eixo. Em torno dessa massa, dois eletrodos fixos formam um arranjo diferencial de capacitores. Quando o sistema é submetido a uma aceleração, a massa move-se, alterando as distâncias aos eletrodos e, conseqüentemente, as capacitâncias. Pequenas variações nessa diferença capacitiva são captadas por circuitos de leitura especializados — frequentemente baseados em osciladores ou pontes capacitivas — e convertidas em um sinal elétrico proporcional à aceleração aplicada.

Embora existam acelerômetros mEMS que utilizem transdução piezoresistiva, piezoeétrica, magnetoresistiva ou até óptica, o método capacitivo sobressai por combinar alta sensibilidade,

baixo consumo de energia e facilidade de integração com eletrônica de baixo ruído. Tais sensores cobrem faixas que vão de frações de $1 G$ até centenas de G , alcançam resoluções na casa de micro- G e larguras de banda que podem exceder o quilohertz, além de resistirem a choques de milhares de G . Graças ao seu baixo custo, tamanho reduzido e desempenho robusto, acelerômetros mEMS tornaram-se onipresentes em aplicações automotivas — como sistemas de airbag e controle de estabilidade —, em eletrônica de consumo — estabilização de câmeras, pedômetros e controles de jogos — e em sistemas de navegação inercial para robótica, drones e dispositivos médicos (Maluf; Williams, 2004). Na Figura 6 mostramos um exemplo de um acelerômetro.

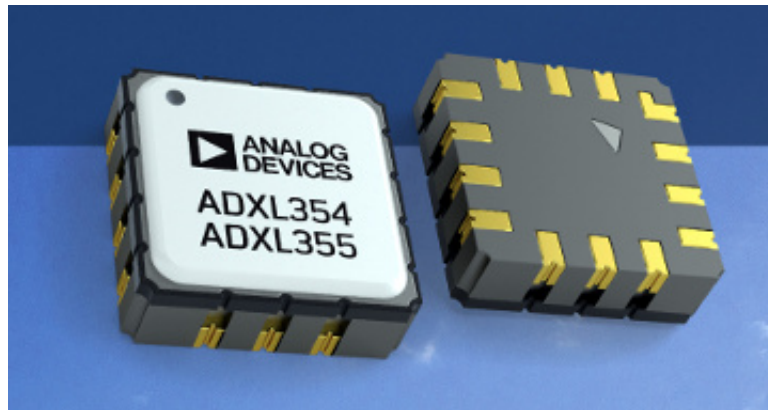


Figura 6 – Acelerômetros triaxiais mEMS ADXL354/ADXL355 (Analog Devices).

2.3.7 Giroscópio

O giroscópio é um sensor projetado para medir a velocidade angular de um corpo em rotação. Tradicionalmente, esse dispositivo consistia em um disco rotativo montado sobre eixos que permitiam sua livre movimentação em múltiplas direções. No entanto, essas versões mecânicas apresentavam estruturas complexas, elevado consumo de energia e tempo de resposta limitado, além de serem suscetíveis a falhas estruturais. Para superar essas limitações, surgiram alternativas como os giroscópios de fibra óptica, de anel a laser e, mais recentemente, os giroscópios baseados em mEMS (Gad-El-Hak, 2006).

Os giroscópios mEMS utilizam estruturas vibratórias para detectar a velocidade angular. Em vez de um disco giratório, esses dispositivos possuem uma massa vibrante que, ao ser submetida a uma rotação, sofre a ação da força de Coriolis. Essa força provoca um deslocamento perpendicular à direção original da vibração, resultando em uma variação de capacitância entre eletrodos. Essa mudança é então convertida em um sinal elétrico proporcional à velocidade angular aplicada.

Apesar de não alcançarem a precisão dos giroscópios ópticos, os giroscópios mEMS oferecem vantagens significativas, como tamanho reduzido, baixo custo de produção, consumo energético eficiente e alta confiabilidade (Maluf; Williams, 2004). Essas características os tornam ideais para aplicações em dispositivos móveis, sistemas de navegação inercial, drones, veículos autônomos e outras tecnologias que requerem sensores compactos e de baixo consumo. Na Figura 7 apresentamos um exemplo de um giroscópio mEMS.

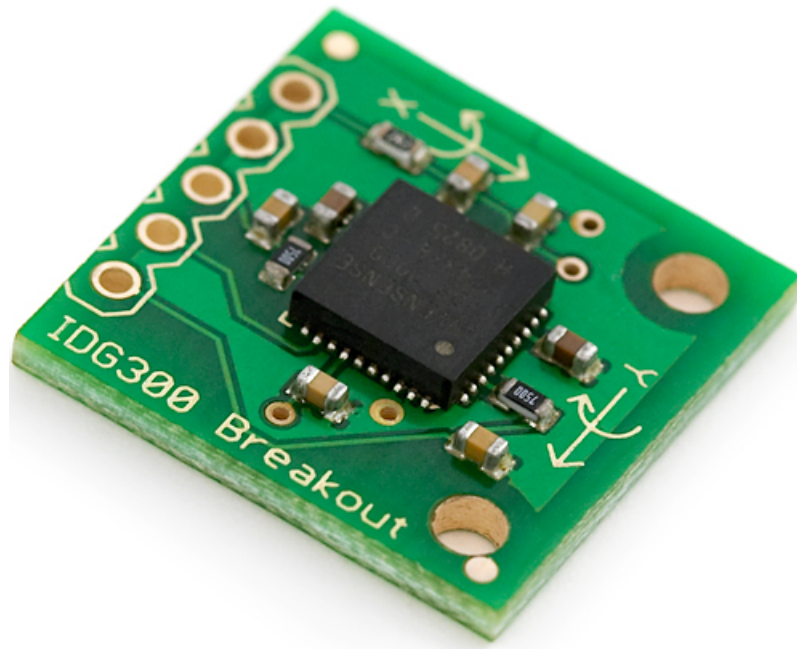


Figura 7 – Módulo "breakout" contendo o giroscópio mEMS dual-axis IDG-300, capaz de medir taxas de rotação em dois eixos ortogonais.

2.3.8 Sensores de Pressão mEMS

Sensores de pressão mEMS integram em um mesmo chip de silício elementos mecânicos — como membranas, molas e cavidades — e circuitos eletrônicos para condicionamento de sinal e comunicação. Esses dispositivos aproveitam os processos de fabricação da indústria de semicondutores (litografia, deposição e gravação de camadas) para criar, em larga escala e baixo custo, estruturas micromecânicas que se deformam sob pressão (Maluf; Williams, 2004).

Os dois tipos mais difundidos são:

- **Piezoresistivos:** quatro resistores implantados ou difusos em uma membrana formam uma ponte de Wheatstone. A deflexão da membrana altera o estado de tensão nos resistores, mudando sua resistência de forma proporcional à pressão aplicada.
- **Capacitivos:** uma membrana atua como eletrodo móvel de dois capacitores em ponte. A deflexão modifica a distância entre as placas, gerando desequilíbrio capacitivo que é convertido em tensão de saída.

A fabricação geralmente começa com um wafer de silício puro, sobre o qual se alternam padrões de fotoresist e gravações anisotrópicas para esculpir a membrana e a cavidade de referência. Em seguida, deposita-se ou implanta-se o material sensível (metal, polímero piezoelétrico ou silício dopado) e finalmente dopa-se, metaliza-se e diciona-se circuitos de leitura. O wafer é então fatiado em milhares de chips, encapsulados e conectados.

Graças ao baixo consumo, alta confiabilidade e miniaturização, sensores mEMS de pressão equipam sistemas automotivos (controle de motor, monitoramento de freio e airbags), aeroespaciais (altímetros, monitoramento de cabines), biomédicos (sensores de ponta de cateter, dispositivos implantáveis) e eletrodomésticos (controle de fluxo em lavadoras e cafeteiras) (Gad-El-Hak, 2006). Nas Figuras 8 e 9 mostramos exemplos de sensores de pressão mEMS.

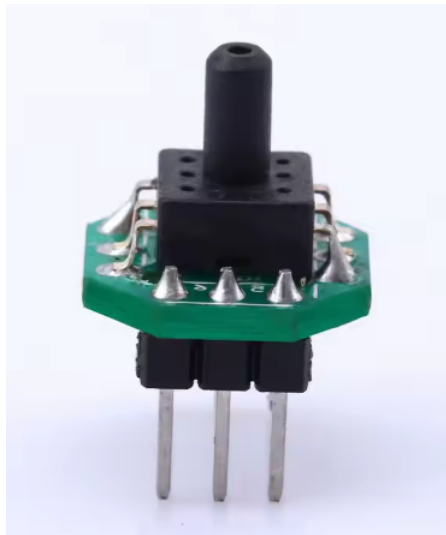


Figura 8 – Sensor de pressão mEMS com porta de entrada para medições barométricas ou biomédicas, como pressão arterial não invasiva.

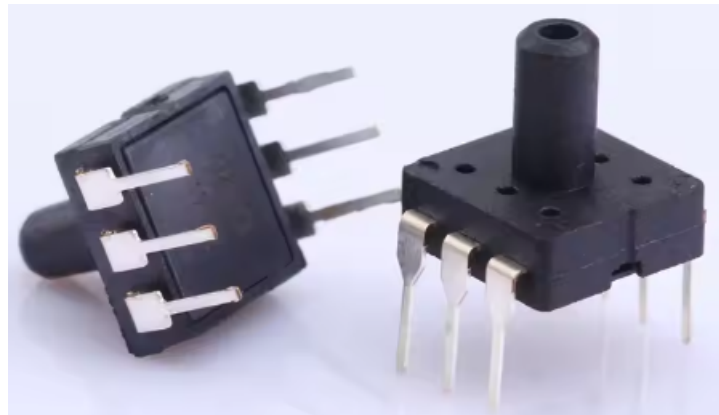


Figura 9 – Sensor de pressão mEMS piezoresistivo, usado em aplicações biomédicas e automotivas; converte variações de pressão em sinais elétricos.

2.3.9 Magnetômetros mEMS

Magnetômetros são dispositivos desenvolvidos para detectar e mensurar a intensidade e a direção de campos magnéticos. Esses sensores são amplamente utilizados em áreas como geofísica, sistemas de navegação, prospecção mineral, eletrônica de consumo (como smartphones e drones), além de aplicações industriais para avaliação de interferências eletromagnéticas (Gad-El-Hak, 2006). Os magnetômetros baseados em tecnologia mEMS empregam principalmente dois efeitos físicos para detecção de campos magnéticos: o efeito Hall e o efeito magnetorresistivo.

O **efeito Hall** é o mais comumente utilizado em dispositivos mEMS. Ele ocorre quando uma corrente elétrica atravessa uma fina placa condutiva e, na presença de um campo magnético perpendicular ao plano da placa, os elétrons em movimento sofrem uma deflexão lateral. Esse desvio gera uma diferença de potencial entre os lados opostos da placa, conhecida como tensão Hall. Essa voltagem é diretamente proporcional à intensidade do campo magnético e à sua direção, permitindo a leitura vetorial do campo. Já os sensores que utilizam o **efeito magnetorresistivo** empregam materiais cuja resistência elétrica varia de acordo com a presença de um campo magnético. Compostos comuns nesses sensores incluem ligas de ferro (Fe) e níquel (Ni). Quando submetidos a um campo magnético externo, esses materiais apresentam alteração em sua resistividade elétrica, o que é detectado eletronicamente e interpretado como variação na intensidade do campo (Maluf; Williams, 2004).

A tecnologia mEMS permite a miniaturização desses sensores, possibilitando sua integração com outros componentes eletrônicos em um único chip, reduzindo custo, consumo de energia e viabilizando aplicações portáteis de alta precisão (Gad-El-Hak, 2006). Na Figura 10 esboçamos um exemplo de módulo de sensor de magnetômetro.

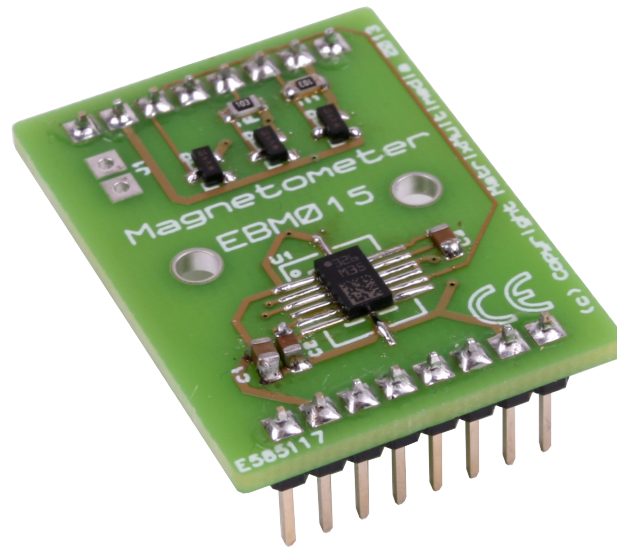


Figura 10 – Módulo Sensor de Magnetômetro E-block da Matrix Technology Solutions.

3 Resultados

3.1 Propagação de ondas de spin em mEMS

A propagação de ondas de spin em mEMS com filmes ferromagnéticos espessos representa um campo promissor na integração de funcionalidades magnônicas com estruturas mecânicas em escala milimétrica. Essas ondas correspondem a excitações coletivas dos momentos magnéticos que, no regime magnetostático — dominado pelas interações dipolares e com efeitos de troca desprezados —, se comportam como modos coerentes de precessão da magnetização, com frequência abaixo do limite de troca.

Em filmes espessos, as condições de contorno impostas pelas interfaces superior e inferior do material geram quantização ao longo da espessura. Essa quantização resulta em uma série de modos discretos, como modos de superfície, modos de volume e modos mistos (Damon; Eshbach, 1961). A presença desses modos depende da direção de propagação da onda em relação ao vetor de magnetização, da geometria do sistema e da espessura do filme.

No caso em análise, considera-se uma configuração em que a magnetização de equilíbrio está orientada no plano do filme e perpendicular à direção de propagação das ondas de spin. Essa é uma variação da geometria de Damon–Eshbach, conhecida por favorecer a propagação de modos magnetostáticos não recíprocos, especialmente os modos de superfície, cuja amplitude se localiza mais fortemente em uma das interfaces do filme (Kalinikos; Slavin, 1986). Já os modos de volume apresentam perfis simétricos ou antissimétricos ao longo da espessura e são caracterizados por múltiplos nós em sua distribuição. Esses modos podem ser descritos por soluções do tipo senoidal ao longo da espessura, determinadas pelas condições de contorno eletromagnéticas, como a continuidade das componentes tangenciais do campo magnético e a descontinuidade das componentes normais da indução magnética.

A frequência de cada modo depende do número de onda na direção de propagação, da magnetização de saturação do material, do campo externo aplicado e da espessura do filme. À medida que a espessura aumenta, o número de modos possíveis também cresce, refletindo o caráter tridimensional da propagação magnônica em estruturas espessas (Stancil, 1993). O estudo desses modos é essencial para compreender como a informação magnônica pode ser transportada, modulada ou filtrada em dispositivos mEMS. A presença de diferentes regimes modais permite selecionar frequências específicas de propagação e controlar o perfil espacial das ondas de spin dentro do filme. Isso é fundamental para aplicações em sensores, atuadores magnônicos e lógica baseada em magnons.

Para descrever quantitativamente a propagação dessas ondas de spin e analisar suas características, é fundamental partir da dinâmica da magnetização no meio ferromagnético. Essa dinâmica é governada pela equação de Landau–Lifshitz–Gilbert (LLG), que descreve a evolução temporal do vetor de magnetização $\vec{M}(\vec{r}, t)$ sob a ação de campos magnéticos internos e externos, bem como de mecanismos de dissipação.

3.1.1 Dinâmica da magnetização

A origem do momento magnético está relacionada ao momento angular dos elétrons, que, em um nível microscópico, resulta do acoplamento entre os momentos de spin e orbital. No regime macroscópico, utiliza-se o conceito de magnetização vetorial média $\vec{M}(\vec{r}, t)$, que representa a densidade de momento magnético por unidade de volume. A dinâmica da magnetização pode

ser entendida a partir do torque magnético exercido por um campo magnético efetivo \vec{H}_{efetivo} sobre os momentos magnéticos do material. Esse campo efetivo inclui contribuições do campo aplicado externamente, do campo de anisotropia, dos campos desmagnetizantes e de interações de troca. Sob a ação desse campo, os vetores de magnetização realizam uma precessão ao redor de \vec{H}_{efetivo} , com uma frequência angular conhecida como frequência de Larmor, dada por:

$$\omega_0 = \gamma H_{\text{efetivo}} \quad (37)$$

onde γ é o fator giromagnético, com valor típico em torno de $2\pi \times 2,8$ GHz/kOe para a maioria dos materiais ferromagnéticos. A equação de movimento que descreve a precessão da magnetização foi inicialmente proposta por Landau e Lifshitz em 1935, e posteriormente modificada por Gilbert em 1955 para incluir o efeito de amortecimento (Landau; Lifshitz, 1935; Gilbert, 1955). A equação LLG completa é:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{\text{efetivo}} + \frac{\alpha}{M_s} \left(\vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \right) \quad (38)$$

O primeiro termo do lado direito representa a precessão da magnetização, enquanto o segundo representa o amortecimento de Gilbert, que conduz a magnetização a um estado de equilíbrio. O parâmetro α é adimensional e quantifica a taxa de dissipação da energia magnética. A LLG é fundamental para modelar processos de magnetização dependentes do tempo, como os observados em técnicas espectroscópicas (ex. Ressonância Ferromagnética – FMR), assim como no estudo de excitações coletivas, como as ondas de spin (Kruglyak, 2010). Quando pequenas perturbações ocorrem no vetor \vec{M} , essas variações podem se propagar ao longo do material, gerando modos de oscilação que dependem da orientação do campo magnético, da geometria do sistema e das condições de contorno.

Essas perturbações geram as ondas magnetostáticas, que representam soluções coletivas para pequenas excitações no sistema de spins. Dependendo da configuração de magnetização e da geometria do filme, podem surgir modos de volume, modos de superfície (como os de Damon–Eshbach) ou modos mistos (Kalinikos, 1980). A análise desses modos, baseada nas soluções aproximadas da equação LLG, permite obter relações de dispersão e velocidades de grupo, como apresentado nas simulações desenvolvidas neste trabalho.

3.1.2 Condições de contorno e quantização modal

Consideramos um filme ferromagnético de espessura d ao longo do eixo z , com magnetização de equilíbrio \mathbf{M}_0 uniforme no plano do filme (direção x) e campo magnético estático \mathbf{H}_0 aplicado paralelamente. Para pequenas perturbações $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$ ($|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{M}_0|$), a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert linearizada no domínio de frequências ($e^{-i\omega t}$) acopla \mathbf{m} ao campo dinâmico \mathbf{h} . Considerando variação espacial apenas ao longo de z , as equações de Maxwell no regime magnetostático fornecem:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot (\mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}) = 0 \quad (39)$$

Para componentes transversais à direção de propagação, obtemos a equação de Helmholtz unidimensional para a magnetização dinâmica:

$$\frac{d^2m(z)}{dz^2} + k_z^2m(z) = 0 \quad (40)$$

com solução geral:

$$m(z) = A \sin(k_z z) + B \cos(k_z z) \quad (41)$$

As constantes A e B são determinadas pelas **condições de contorno eletromagnéticas** nas interfaces $z = 0$ e $z = d$:

- Continuidade da componente tangencial de \mathbf{H}
- Continuidade da componente normal de \mathbf{B}

Para filmes espessos ou bem confinados, aproximamos com condições de contorno de magnetização nula nas interfaces:

$$m(0) = 0 \quad \text{e} \quad m(d) = 0 \quad (42)$$

Aplicando estas condições, obtemos $B = 0$ e:

$$A \sin(k_z d) = 0 \quad \Rightarrow \quad k_z d = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (43)$$

Os valores discretos de k_z são assim quantizados:

$$k_z^{(n)} = \frac{n\pi}{d} \quad (44)$$

e o perfil da magnetização dinâmica assume formas senoidais estacionárias:

$$m_n(z) \sim \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right) \quad (45)$$

Cada inteiro n corresponde a um **modo transversal** com $(n - 1)$ nós ao longo da espessura, caracterizando modos de volume quantizados. As frequências de ressonância são obtidas substituindo $k_z^{(n)}$ na relação de dispersão da equação LLG linearizada.

A quantização dos modos magnetostáticos resulta fundamentalmente das condições de contorno nas interfaces. Para um filme de espessura d com magnetização no plano, os perfis quantizados da magnetização dinâmica são determinados por:

$$m_n(z) \sim \sin\left(\frac{n\pi z}{d}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (46)$$

Essa quantização surge da exigência de continuidade do campo magnético tangencial e da indução magnética normal nas interfaces. Cada modo n exibe $n - 1$ nós, definindo padrões estacionários de oscilação magnética ao longo da espessura do filme.

3.2 Modos de volume em filmes magnéticos espessos

Modos de volume em filmes magnéticos espessos surgem como soluções da equação de movimento da magnetização no regime magnetostático, onde predominam as interações dipolares e desprezam-se os efeitos de troca. Damon e Eshbach (1961) demonstraram que, sob um campo magnético estático H_0 aplicado no plano do filme, a precessão coletiva dos momentos magnéticos gera modos quantizados em razão do confinamento geométrico do sistema.

3.2.1 Equação de dispersão e velocidade de grupo

A frequência de precessão dos modos magnetostáticos pode ser descrita por:

$$\omega_n(k) = \gamma \sqrt{(H_0 + D_n(k)) (H_0 + D_n(k) + 4\pi M_s F_n(k))}, \quad (47)$$

onde $D_n(k)$ e $F_n(k)$ são funções que dependem do número de onda k e do modo transversal n , e são obtidas pela solução da equação de Laplace para o potencial magnético escalar, com condições de contorno apropriadas nas interfaces do filme. A equação transcendental que governa os modos é dada por (Damon; Eshbach, 1961):

$$\tan(k_x d) = -\frac{k_x}{\sqrt{k_y^2 + k_z^2}} \left(\frac{2\mu}{\mu^2 - 1} \right), \quad (48)$$

com $\mu = 1 + \frac{\omega_M \omega_H}{\omega^2 - \omega_H^2}$, $\omega_H = \gamma \mu_0 H_0$ e $\omega_M = \gamma \mu_0 M_s$. A condição de contorno imposta pela espessura finita d do filme leva à quantização da componente perpendicular do vetor de onda:

$$k_x = \frac{n\pi}{d}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (49)$$

Cada modo n representa uma distribuição distinta da magnetização dinâmica na direção perpendicular ao plano:

- $n = 0$: modo uniforme,
- $n = 1$: uma semi-onda com nodo central,
- $n = 2$: duas semi-ondas com nodos simétricos, e assim por diante.

A relação de dispersão $\omega(\vec{k})$ dos modos de volume não é monotônica: para valores crescentes de k_z , a frequência tende a diminuir, devido ao aumento do campo de desmagnetização interno associado a comprimentos de onda menores (Stancil, 1993). A velocidade de grupo, dada por:

$$\vec{v}_g = \nabla_{\vec{k}} \omega(\vec{k}), \quad (50)$$

é anisotrópica e sensível à direção de propagação da onda. Isso permite ajustar dinamicamente as propriedades de propagação por meio do campo aplicado ou da geometria do filme.

3.2.2 Solução numérica da equação de dispersão

Para além das soluções analíticas propostas por Damon e Eshbach, a resolução numérica da equação característica permite a obtenção precisa dos valores de frequência para modos complexos, principalmente em estruturas não ideais ou com variações na espessura e propriedades magnéticas (Kalinikos, 1980). Faremos uma análise numérica dos modos de volume através de um programa em Python. O código implementa a solução numérica da equação de dispersão para modos magnetostáticos de volume em filmes ferromagnéticos espesso de YIG (Granada de Ferro e Ítrio), baseando-se no modelo teórico de Damon-Eshbach. A figura 11 representa o modelo do mEMS utilizado como base para as nossas simulações.

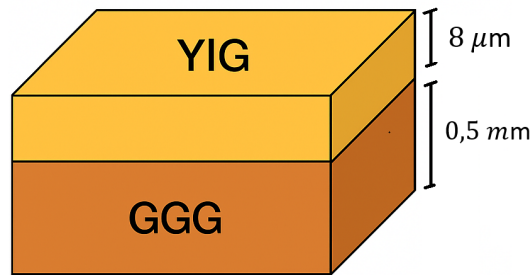


Figura 11 – mEMS de YIG e GGG.

Tomamos as seguintes dimensões:

Material	Comprimento (L_z)	Largura (L_x)	Espessura (d)
Filme de YIG	1,1 cm	0,2 cm	8 μm
Substrato de GGG	1,1 cm	0,2 cm	0,5 cm

Tabela 1 – Dimensões do filme de YIG e do substrato de GGG

As principais etapas são escolher os parâmetros físicos utilizados, implementar as equações e grandezas necessárias no código e obter a relação entre o número de onda e a frequência e a velocidade de grupo.

3.2.3 Parâmetros Físicos

Nossos parâmetros são experimentais e consideram as propriedades intrínsecas do material YIG e as características necessárias para a propagação das ondas de spins nos mEMS.

- Magnetização de saturação: $M = \frac{1.76}{4\pi} \text{ kG}$
- Razão giromagnética: $\gamma = 2.8 \text{ GHz/kOe}$
- Campo magnético aplicado: $H = 0.615 \text{ kOe}$
- Campo de anisotropia: $H_a = 0.005 \text{ kOe}$
- Dimensões da amostra: $L_z = 1.1 \text{ cm}$, $L_x = 0.2 \text{ cm}$
- Espessura do filme: $d = 8 \times 10^{-4} \text{ cm}$
- Frequência experimental de referência: $\omega_{\text{kExp}} = 3.4 \text{ GHz}$

3.2.4 Equações Fundamentais

Definição das grandezas auxiliares:

$$\begin{aligned}\Omega_M &= \gamma \cdot 4\pi M \\ \Omega_H &= \gamma(H + H_a) \\ \kappa(\omega) &= \frac{\Omega_M \Omega_H}{\Omega_H^2 - \omega^2} \\ \nu(\omega) &= \frac{\Omega_M \omega}{\Omega_H^2 - \omega^2} \\ \eta &= k_z/k_x \quad \text{com} \quad k_x = \pi/L_z\end{aligned}$$

3.2.5 Equação Característica

A relação de dispersão é resolvida numericamente através da função transcendental:

$$f(\omega) = p_1 + 2\sqrt{p_1} \sqrt{-\frac{p_3}{p_2}} p_2 \cot \left(k_x d \sqrt{-\frac{p_3}{p_2}} \right) + p_2^2 \frac{p_3}{p_2} - \nu^2 = 0$$

onde:

$$\begin{aligned}p_1 &= 1 + \eta^2 \\ p_2 &= 1 + \kappa(\omega) \\ p_3 &= 1 + \eta^2 + \kappa(\omega)\end{aligned}$$

3.2.6 Método Numérico

1. Varredura de k_z no intervalo $[1, 3000]$ rad/cm com incremento de 0.5
2. Solução da equação transcendental usando o método de Müller
3. Armazenamento dos pares (k_z, ω_k)

3.2.7 Cálculo da Velocidade de Grupo

$$v_g = \frac{d\omega}{dk_z} \approx 2\pi \frac{\Delta\omega}{\Delta k_z}$$

computada via diferenciação numérica dos dados de dispersão.

3.2.8 Análise dos Resultados Numéricos

As Figuras 12, 13 e 14 apresentam os resultados computacionais da relação de dispersão e velocidade de grupo para modos magnetostáticos de volume, obtidos mediante a implementação numérica descrita na Seção 2.

Na Figura 12, a curva $\omega_k(k_z)$ exhibe o decaimento não-monotônico característico previsto teoricamente por Damon e Eshbach. Observa-se que:

- Para $k_z < 500 \text{ cm}^{-1}$, a frequência ω_k decai rapidamente de $\sim 3.4 \text{ GHz}$ para $\sim 3.0 \text{ GHz}$
- Na região $500 < k_z < 2000 \text{ cm}^{-1}$, a dispersão apresenta suavização progressiva
- Para $k_z > 2000 \text{ cm}^{-1}$, ω_k estabiliza-se em $\sim 2.6 \text{ GHz}$

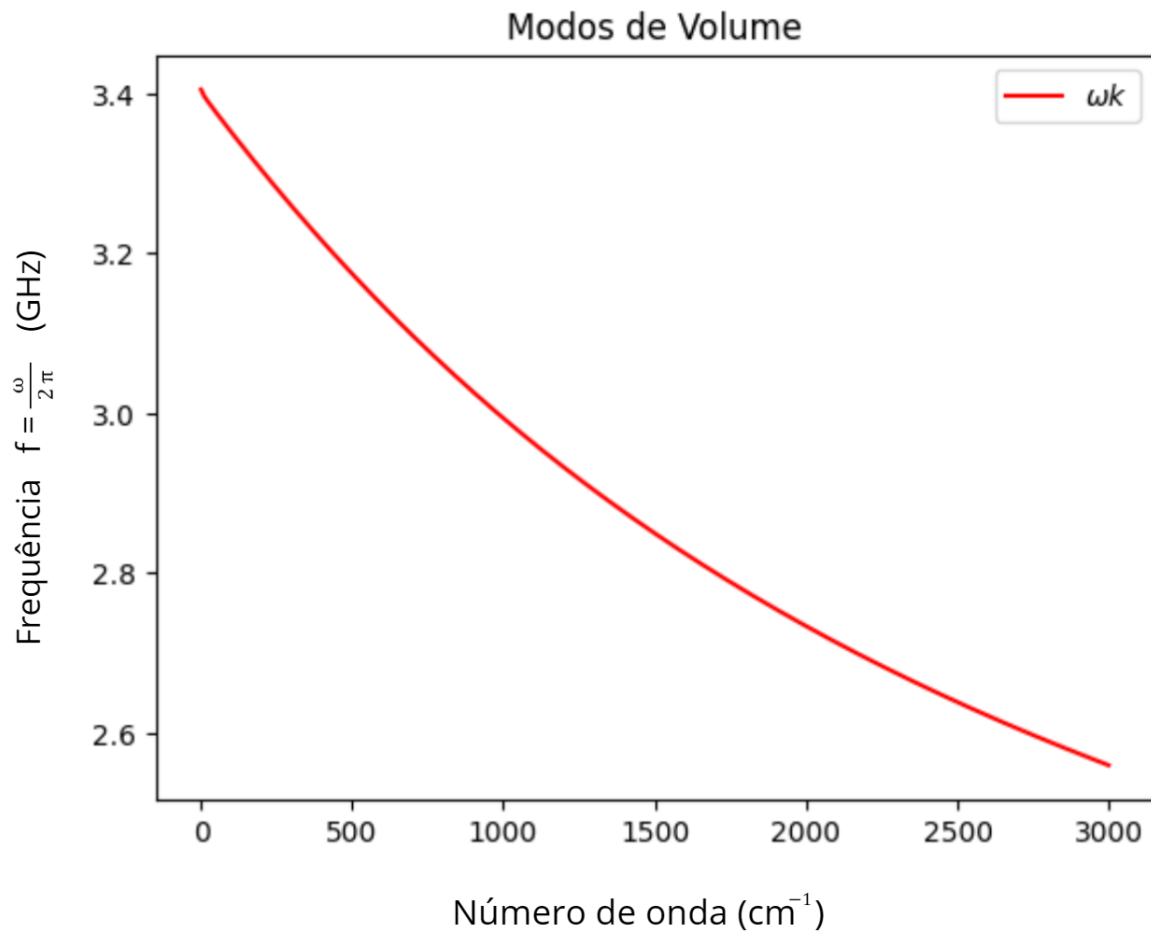


Figura 12 – Relação de dispersão $\omega_k \times k_z$ para modos de volume.

Este comportamento reflete o aumento do acoplamento magnetostático com k_z , que reduz a frequência efetiva de precessão. A assíntota em $\sim 2.6 \text{ GHz}$ corresponde ao limite de confinamento máximo, onde os modos tornam-se localizados.

Na Figura 13, a comparação com o dado experimental em $\omega_{kExp} = 3.4$ GHz revela:

- Excelente concordância para baixos k_z ($k_z < 300$ cm^{-1})
- Desvio progressivo para $k_z > 500$ cm^{-1} , atingindo $\Delta\omega \approx 0.4$ GHz em $k_z = 1000$ cm^{-1}
- O modelo superestima ω_k na região de alto confinamento

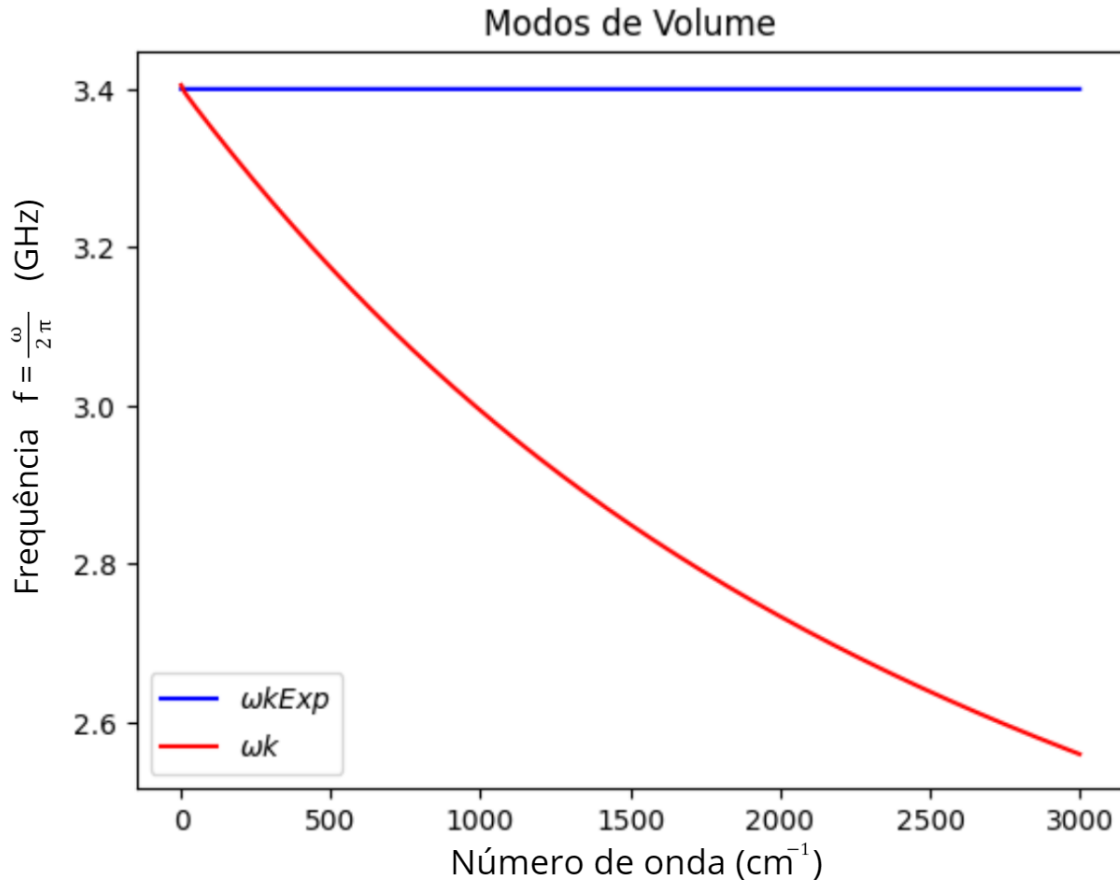


Figura 13 – Validação experimental do modelo teórico (ω_k vs ω_{kExp}).

Na Figura 14, o cálculo de $v_g = \partial\omega_k/\partial k_z$ evidencia:

- Valores negativos em todo o domínio ($v_g < 0$), indicando propagação reversa
- Decaimento exponencial de $|v_g|$ com k_z , de -0.001 (unidades arbitrárias) em $k_z = 0$ para -0.006 em $k_z = 3000$ cm^{-1}

A redução de $|v_g|$ com k_z é consistente com o aumento do confinamento energético, que limita o transporte de informação. O sinal negativo de v_g implica em propagação antiparalela ao vetor de onda, fenômeno característico de sistemas magnetostáticos.

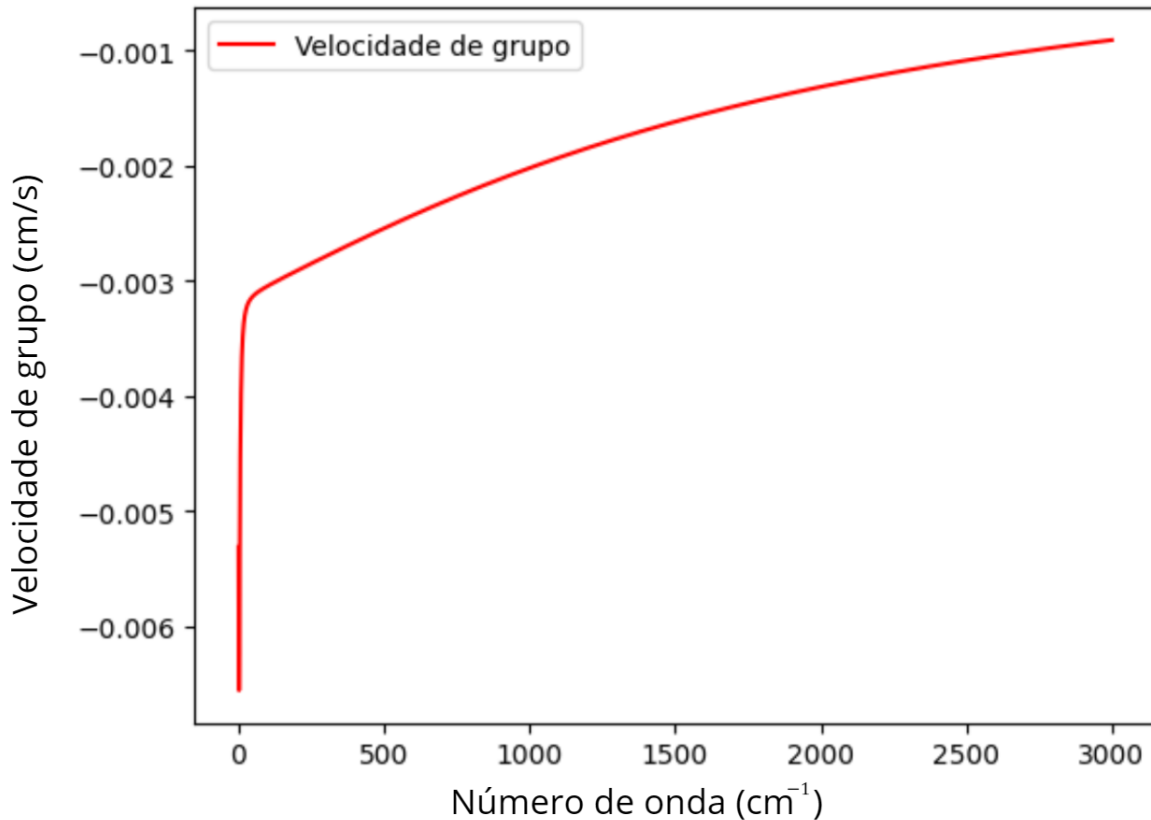


Figura 14 – Perfil da velocidade de grupo $v_g \times k_z$.

3.2.9 Aplicações de Modos de Volume em Sistemas mEMS

A utilização de modos magnetostáticos de volume em sistemas milieletromecânicos (mEMS) representa uma das frentes mais promissoras da magnetônica moderna. Esses modos apresentam características ideais para aplicações em escala micrométrica, especialmente devido ao seu confinamento espacial, baixa perda magnônica e possibilidade de sintonização dinâmica por campos externos.

Entre as principais vantagens, destaca-se o confinamento energético robusto: como mostrado na Figura 12, a frequência se estabiliza em torno de 2,6 GHz para $k_z > 2000 \text{ cm}^{-1}$, o que garante operação estável mesmo em dimensões reduzidas. Além disso, a presença de propagação reversa, com velocidade de grupo negativa ($v_g < 0$), facilita o acoplamento com estruturas ressonantes e permite mecanismos de realimentação em dispositivos osciladores.

Outra propriedade fundamental é a sintonização dinâmica da frequência por meio do campo externo aplicado, já que ω_k depende diretamente de H_{ext} . Isso permite ajustes finos *in situ*, com alta responsividade, o que é crucial em sensores e atuadores magnônicos. Aliado a isso, os baixos valores do fator de amortecimento magnético em materiais como o YIG ($\alpha \sim 10^{-4}$) tornam os modos de volume especialmente atrativos para transmissões de longa distância dentro de estruturas confinadas.

Essas propriedades habilitam uma série de implementações. Em sensores magnéticos, por

exemplo, a frequência dos modos desloca-se com variações no campo externo por efeito Zeeman, com uma sensibilidade típica da ordem de 2,8 GHz/kOe. Operando em regiões específicas da dispersão, como entre 500 e 1500 cm^{-1} , onde a derivada da velocidade de grupo é mínima, é possível atingir resoluções de campo da ordem de nano-Tesla.

Outra aplicação relevante está em ressonadores magnetomecânicos, nos quais filmes ferromagnéticos espessos são acoplados a estruturas mecânicas como microalavancas. Nestes dispositivos, a pressão de radiação magnética resultante da propagação dos modos pode excitar ou amortecer oscilações mecânicas, abrindo caminho para elementos reconfiguráveis e filtros sintonizáveis com alto fator de qualidade.

Em guias de onda magnônicos, canais estreitos de YIG com largura comparável ao comprimento de onda magnônico (~ 300 nm) permitem a condução eficiente de sinais a GHz, com perdas inferiores a 0,1 dB/ μm . A velocidade de grupo pode ainda ser modulada por campos elétricos aplicados sobre camadas piezoelétricas, possibilitando controle dinâmico do fluxo de informação magnônica em circuitos integrados.

Apesar dos avanços, a aplicação prática de modos de volume em mEMS ainda enfrenta desafios, como a dissipação térmica em altas frequências, a dificuldade de acoplamento direto com sinais elétricos e a complexidade da integração com plataformas CMOS. Estratégias como o uso de heteroestruturas com materiais de alta condutividade térmica (ex. YIG sobre diamante), a engenharia de interfaces com metais pesados (Pt, Ta) e técnicas de deposição a baixa temperatura têm sido exploradas para superar essas limitações.

O futuro aponta para a integração desses modos em arquiteturas híbridas, combinando propriedades magnônicas e fonônicas, e em sistemas de computação analógica baseados na não linearidade da relação de dispersão. Com isso, os modos de volume consolidam-se como blocos funcionais versáteis para tecnologias emergentes de detecção, comunicação e processamento magnônico em escala micrométrica.

3.3 Modos de superfície em filmes magnéticos espessos

Os modos magnetostáticos de superfície, conhecidos como modos de Damon-Eshbach (DE), surgem em filmes ferromagnéticos magnetizados paralelamente ao plano da amostra, quando a onda se propaga perpendicularmente à magnetização. Nessas condições, a excitação de spin é confinada à interface entre o material magnético e o meio vizinho, com amplitude que decai exponencialmente em direção ao interior da amostra. Esse perfil evanescente caracteriza os modos de superfície e os distingue dos modos de volume, cuja distribuição é estendida por toda a espessura do filme.

A teoria desenvolvida por Damon e Eshbach mostra que, para magnetização tangencial e espessura finita, a frequência de ressonância $\omega(k_x)$ desses modos depende fortemente da direção de propagação, da geometria do sistema e da intensidade do campo aplicado. A equação de dispersão, derivada da combinação entre as equações de Maxwell e a equação de Landau-Lifshitz linearizada, revela soluções não recíprocas, com $\omega(k_x) \neq \omega(-k_x)$, especialmente em filmes assimétricos.

Matematicamente, esses modos correspondem a soluções da equação característica para as quais o número de onda normal à interface satisfaz $k_z^2 < 0$, indicando comportamento evanescente. O potencial magnético escalar ψ apresenta, portanto, dependência hiperbólica com a coordenada normal, resultando em confinamento efetivo da excitação à vizinhança da interface.

3.3.1 Equação de dispersão e velocidade de grupo

Para os modos de superfície em filmes ferromagnéticos espessos magnetizados no plano, a equação de dispersão no regime magnetostático pode ser obtida da solução conjunta das equações de Maxwell e da equação de movimento da magnetização linearizada, sob as condições de contorno apropriadas. Assumindo propagação da onda perpendicular à magnetização e desprezando o termo de troca, a equação de dispersão assume a forma (Damon; Eshbach, 1961):

$$\omega^2(k) = \left(\omega_H + \frac{\omega_M}{2} \right)^2 - \left(\frac{\omega_M}{2} \right)^2 e^{-2kd}, \quad (51)$$

onde $\omega_H = \gamma\mu_0 H_0$ representa a frequência associada ao campo magnético externo aplicado, $\omega_M = \gamma\mu_0 M_s$ é a frequência associada à magnetização de saturação, d é a espessura do filme, e k é o número de onda da propagação tangencial ao plano do filme.

Essa equação descreve uma relação de dispersão característica dos modos de superfície, com frequência que varia entre dois limites: para $kd \ll 1$, a frequência tende ao valor inferior

$$\omega_{\min} = \omega_H + \frac{\omega_M}{2}, \quad (52)$$

enquanto que no limite $kd \gg 1$, correspondente a grandes números de onda, a frequência se aproxima do valor máximo

$$\omega_{\max} = \omega_H + \omega_M. \quad (53)$$

A dependência exponencial com k reflete o caráter evanescente dos modos na direção perpendicular ao plano, indicando que a excitação está confinada à interface do filme.

A velocidade de grupo v_g dos modos de superfície é definida como a derivada da frequência em relação ao número de onda:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (54)$$

Derivando a equação de dispersão, obtém-se:

$$v_g(k) = \frac{\omega_M^2 d}{4\omega(k)} e^{-2kd}. \quad (55)$$

A velocidade de grupo apresenta, portanto, uma dependência exponencial com o número de onda k , diminuindo monotonicamente à medida que k aumenta. Isso implica que ondas com maior número de onda estão mais fortemente confinadas à superfície, com menor capacidade de transporte de energia ao longo do filme. Além disso, a velocidade de grupo depende da espessura d e da frequência $\omega(k)$, o que permite seu controle via parâmetros experimentais.

A equação de dispersão e a correspondente velocidade de grupo mostram que os modos de superfície são fortemente dispersivos e possuem características distintas dos modos volumétricos, com perfil evanescente e assimetria de propagação em relação à direção da magnetização.

3.3.2 Análise Numérica de Modos de Superfície

A caracterização numérica dos modos de Damon-Eshbach segue abordagem similar à empregada para modos de volume, porém com adaptações críticas para capturar o confinamento interfacial e a não-reciprocidade. O algoritmo implementado resolve a equação transcendental modificada para geometrias superficiais, considerando as condições de contorno assimétricas típicas desses modos. O código implementa a solução numérica da equação de dispersão para ondas magnetostáticas de superfície (modos de Damon-Eshbach) em filmes ferromagnéticos. A metodologia compreende:

3.3.3 Parâmetros Físicos

- Magnetização de saturação: $M = 0.0241$ kG
- Razão giromagnética: $\gamma = 2.8$ GHz/kOe
- Campo magnético aplicado: $H = 0.150$ kOe
- Campo coercitivo: $H_c = 0.545673$ kOe
- Campo de anisotropia: $H_a = 2MH_c = 0.0263$ kOe
- Dimensões da amostra: $L_z = 0.4$ cm, $L_x = 1.0$ cm
- Espessura do filme: $d = 0.3$ cm

3.3.4 Equação Característica

A relação de dispersão é resolvida numericamente através da função transcendental:

$$f(\omega) = p_1 + 2\sqrt{p_1}\sqrt{\frac{p_3}{p_2}}p_2 \coth\left(k_x d \sqrt{\frac{p_3}{p_2}}\right) + p_2^2 \frac{p_3}{p_2} - \nu^2 = 0$$

com:

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 + \eta^2, & \eta &= k_z/k_x \\ p_2 &= 1 + \kappa(\omega), & \kappa &= \frac{\Omega_M \Omega_H}{\Omega_H^2 - \omega^2} \\ p_3 &= 1 + \eta^2 + \kappa(\omega) \\ \nu &= \frac{\Omega_M \omega}{\Omega_H^2 - \omega^2} \\ \Omega_M &= \gamma 4\pi M, & \Omega_H &= \gamma(H_a + H) \end{aligned}$$

Embora a equação analítica de dispersão dos modos de Damon-Eshbach ofereça uma descrição simplificada do comportamento das excitações magnetostáticas de superfície, sua validade está restrita a aproximações assintóticas e condições geométricas ideais, como filmes semi-infinitos, ausência de anisotropia e interfaces perfeitamente simétricas. Essa formulação, apesar de útil para

obter uma compreensão qualitativa da dispersão, não é suficiente para representar com precisão os efeitos reais observados em filmes com espessura finita e propriedades materiais específicas.

Para descrever com fidelidade os modos de superfície em filmes magnéticos espessos, faz-se necessário o uso de uma equação característica transcendental, derivada a partir da combinação rigorosa das equações de Maxwell com a equação de Landau-Lifshitz linearizada, sob condições de contorno apropriadas. Essa abordagem leva em conta a espessura real do filme, a presença de anisotropia, a não reciprocidade da propagação e a geometria finita da amostra. A equação resultante não possui solução analítica fechada e, portanto, exige a aplicação de métodos numéricos para determinação das frequências de ressonância $\omega(k_x)$.

O uso da equação transcendental garante, assim, uma caracterização mais precisa dos modos de Damon-Eshbach, permitindo a obtenção de resultados compatíveis com experimentos e simulando com maior realismo os efeitos de confinamento, dispersão e assimetria presentes em sistemas ferromagnéticos reais.

3.3.5 Método Numérico

1. Varredura de k_x no intervalo $[1, 3000]$ rad/cm com incremento de 0.5
2. Fixação de $k_z = \pi/L_z$ (condição de contorno)
3. Solução da equação transcendental usando o método de Müller
4. Armazenamento dos pares (k_x, ω_k)

3.3.6 Cálculo da Velocidade de Grupo

$$v_g = \frac{\partial \omega_k}{\partial k_x} \approx 2\pi \frac{\Delta \omega_k}{\Delta k_x}$$

computada via diferenciação numérica dos dados de dispersão.

3.3.7 Análise dos modos magnetostáticos de superfície (Damon-Eshbach)

A Figura 15 apresenta um perfil experimental típico da amplitude do campo magnético dinâmico associado aos modos magnetostáticos de superfície em um filme ferromagnético espesso. Observa-se nitidamente o confinamento da onda de spin em uma região próxima à superfície do material, com a amplitude do campo decaindo exponencialmente ao longo da espessura do filme. Esse comportamento espacial não apenas confirma o caráter de superfície do modo, como também reflete a assimetria inerente à propagação: a onda de spin não se distribui igualmente entre as superfícies superior e inferior, mas se localiza preferencialmente em uma das interfaces, dependendo do sentido de propagação ($+k_x$ ou $-k_x$). Essa não reciprocidade é uma das principais características dos modos de Damon-Eshbach.

Já a Figura 16 mostra os resultados obtidos por simulação computacional da mesma configuração física. O perfil calculado exhibe excelente concordância qualitativa com os dados experimentais, especialmente na forma de decaimento exponencial da amplitude ao longo da espessura. A simulação foi realizada a partir da solução numérica da equação característica deduzida por Damon e Eshbach para a configuração de magnetização tangencial e propagação perpendicular ($\vec{k} \perp \vec{H}_0$).

A distribuição obtida mostra que o campo dinâmico tem maior intensidade em regiões próximas à superfície do filme e que o modo é fortemente atenuado no interior da amostra. Essa distribuição espacial é diretamente influenciada pelos parâmetros do sistema, como a espessura do filme, o valor do campo externo aplicado e a frequência do modo.

Além disso, é importante destacar que o modo de superfície não apenas se localiza na interface, mas também sofre um deslocamento de energia, conhecido como *shift de localização*, em função da direção de propagação e do campo magnético. Tal assimetria se torna mais pronunciada quanto maior o número de onda k_x , implicando maior confinamento superficial e menor penetração da onda no interior do filme. Assim, as Figuras 15 e 16 juntas validam o modelo computacional adotado e ilustram de forma clara as propriedades fundamentais dos modos de Damon-Eshbach: confinamento superficial, assimetria de propagação e dependência direcional.

Para complementar essa análise, foi calculada numericamente a velocidade de grupo $v_g = \frac{d\omega}{dk_x}$ com base na discretização dos dados de dispersão $\omega(k_x)$. O gráfico da Figura 17 revela que a velocidade de grupo inicialmente cresce com o aumento de k_x , atingindo um valor máximo em torno de $k_x \approx 400 \text{ cm}^{-1}$, onde a curvatura da relação de dispersão é positiva. A partir desse ponto, observa-se uma queda rápida e acentuada de v_g , que decai quase exponencialmente até atingir uma saturação próxima de zero para $k_x > 1500 \text{ cm}^{-1}$. Esse comportamento está em conformidade com a teoria de Damon-Eshbach, que prevê uma dispersão fortemente não-linear para modos de superfície. Em particular, a curvatura $\frac{d^2\omega}{dk_x^2}$ torna-se negativa e significativa nos regimes de alto k_x , refletindo a intensa localização do modo na interface do filme. A queda abrupta da velocidade de grupo indica que a energia associada ao modo torna-se fortemente confinada e praticamente estacionária na interface, o que limita a propagação e reforça o caráter quasi-localizado do modo magnetostático de superfície. Esse regime de v_g muito baixo é especialmente interessante para aplicações em memórias magnônicas e elementos de lógica em dispositivos mEMS, onde é desejável minimizar a propagação de sinal e maximizar o confinamento espacial.

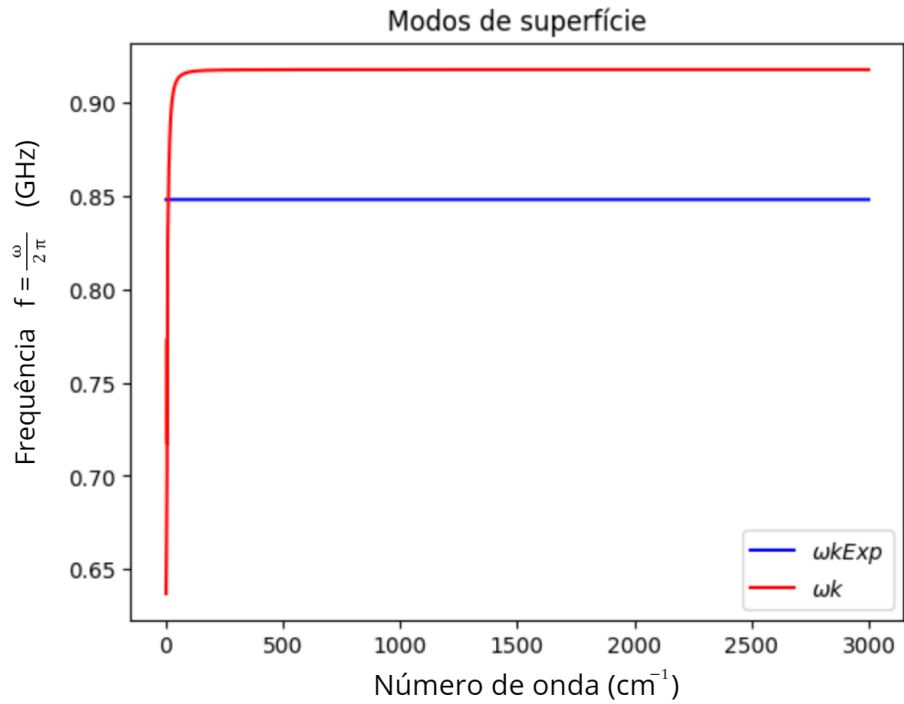


Figura 15 – Perfil de modos magnetostáticos de superfície obtido experimentalmente.

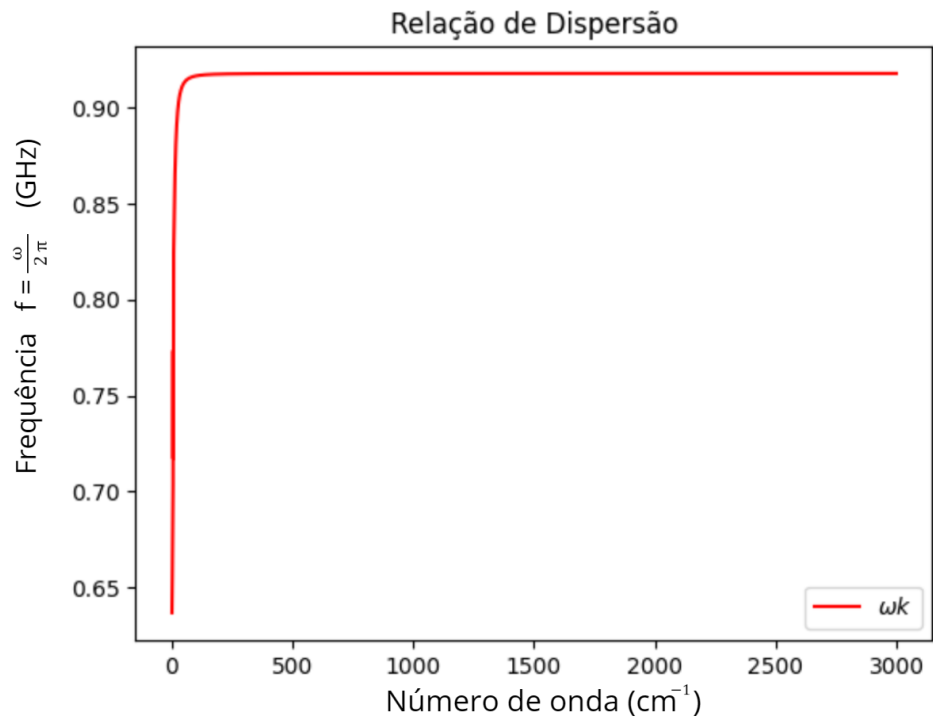


Figura 16 – Distribuição simulada do campo dinâmico para modos magnetostáticos de superfície.

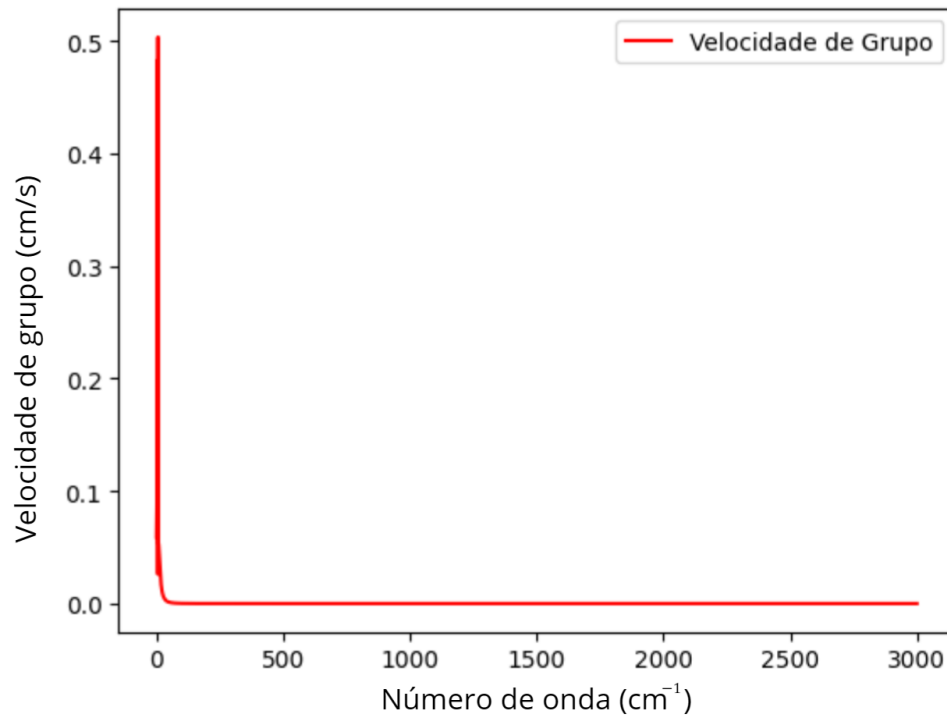


Figura 17 – Velocidade de grupo $v_g(k_x)$ para modos de superfície.

Esses resultados corroboram a natureza não recíproca e altamente confinada dos modos de Damon-Eshbach. A concordância entre os resultados simulados e os perfis experimentais confirma a validade do modelo computacional adotado e reforça a aplicabilidade desses modos em dispositivos mEMS, especialmente em guias de onda magnônicos, sensores de campo e elementos lógicos baseados em spintrônica.

3.3.8 Potenciais Aplicações dos Modos de Superfície em Dispositivos mEMS

Os modos magnetostáticos de superfície, como descritos por Damon e Eshbach, apresentam propriedades únicas de confinamento energético, dispersão não-linear e não-reciprocidade que os tornam particularmente atrativos para aplicações em sistemas milieletromecânicos (mEMS). Os resultados obtidos nas Figuras 16 e 17 revelam que a velocidade de grupo v_g aumenta rapidamente para baixos valores de número de onda, atinge um pico, e depois decai fortemente conforme k_x cresce, comportamento que reflete a transição de uma propagação distribuída para uma propagação fortemente confinada à interface do filme.

Essa transição permite explorar diferentes regimes operacionais. Em baixos valores de k_x , onde a velocidade de grupo é máxima, os modos se propagam com maior alcance e menor confinamento, o que favorece aplicações em sensores de alta sensibilidade. Nesses dispositivos, pequenas variações no campo magnético externo provocam alterações perceptíveis na frequência de operação, permitindo a detecção precisa de campos fracos. Já na região de k_x intermediário, próxima ao ponto de inflexão da curva $\omega(k_x)$, o sistema entra em um regime de ressonância híbrida entre modos de volume e superfície. Esse comportamento pode ser explorado em filtros sintonizáveis,

onde o mínimo na dispersão atua como uma faixa de corte controlável por parâmetros externos como o campo magnético ou a espessura do filme. Por fim, em altos k_x , onde a energia magnônica se encontra fortemente localizada na superfície e a velocidade de grupo tende a zero, abre-se a possibilidade de uso em memórias magnônicas e dispositivos de lógica, pois a propagação lenta e confinada favorece o armazenamento estável e o controle de estados discretos.

Outro aspecto fundamental dos modos de Damon-Eshbach é a não-reciprocidade da propagação, isto é, a dependência da direção do vetor de onda em relação ao campo aplicado. Essa assimetria permite a construção de componentes como isoladores e circuladores magnônicos, que são essenciais para proteger circuitos contra reflexões indesejadas e garantir unidirecionalidade na transmissão de sinais. Em dispositivos mEMS, essa propriedade pode ser implementada de forma compacta, aproveitando a geometria dos filmes e a orientação do campo magnético para controlar o sentido preferencial de propagação das ondas.

Com base na análise teórico-computacional desenvolvida, fica evidente que os modos de superfície oferecem uma plataforma robusta e versátil para a implementação de elementos funcionais em dispositivos mEMS. O controle preciso sobre o número de onda e o campo aplicado permite alternar entre regimes com diferentes velocidades de propagação, níveis de confinamento e faixas de frequência. Isso viabiliza o desenvolvimento de sensores, filtros, memórias e elementos lógicos miniaturizados, com baixo consumo de energia e alta integração funcional. Assim, os resultados obtidos neste trabalho reforçam a viabilidade de tecnologias baseadas em magnons para a próxima geração de dispositivos microestruturados, aproveitando ao máximo as propriedades emergentes dos modos interfaciais magnetostáticos.

3.4 Propagação de modos magnetostáticos mistos de ondas de spin em um sistema milieletromecânico de filme espesso

Em sistemas milieletromecânicos (mEMS) que utilizam filmes ferromagnéticos espessos, a propagação de ondas de spin magnetostáticas pode ocorrer em diferentes modos, dependendo da orientação do campo magnético externo, do vetor de onda e da geometria do filme. Dentre esses modos, os **modos magnetostáticos mistos** (ou híbridos) surgem quando há uma combinação de características tanto dos modos de volume quanto dos modos de superfície (Kalinikos; Slavin, 1986).

Esses modos aparecem quando a orientação da magnetização e a direção de propagação da onda de spin não coincidem com os casos limites clássicos estudados por Damon e Eshbach (modo de superfície com magnetização no plano) ou por Schlömann (modo de volume com magnetização perpendicular ao plano). Nos modos mistos, o vetor de onda forma um ângulo oblíquo com o campo magnético, e a solução da equação característica leva a frequências próprias que representam uma mistura das condições de contorno dos dois casos extremos.

A análise teórica parte da equação de magnetostática linearizada e da equação de Landau-Lifshitz para perturbações pequenas. Ao resolver essas equações com as condições de contorno apropriadas (continuidade do potencial escalar magnético e da indução magnética nas interfaces do filme), obtém-se uma equação característica que depende da espessura do filme d , da constante de permeabilidade magnética μ , da frequência angular ω , e do número de onda \vec{k} .

A forma geral da equação característica no regime magnetostático, conforme discutido por Damon e Eshbach (1961), pode ser escrita como:

$$\tan\left(\frac{\beta d}{2}\right) = \frac{\mu\beta}{\alpha}, \quad (56)$$

onde β e α são parâmetros complexos que dependem do acoplamento entre os componentes do campo dinâmico e da orientação angular do vetor \vec{k} . Para ângulos intermediários, surgem modos com distribuição de campo assimétrica no interior do filme, sendo denominados “modos mistos” (Kalinikos, 1994).

Esses modos mistos apresentam características únicas que podem ser exploradas para o controle avançado da propagação de ondas de spin em dispositivos mEMS. Por exemplo, a anisotropia da dispersão pode ser manipulada por variações no campo magnético externo ou na geometria do filme, permitindo a criação de filtros e guias de onda magnéticos com alta seletividade direcional.

Do ponto de vista físico, a coexistência dos modos de volume e de superfície em um mesmo sistema implica na presença de estados de energia quantizados com perfil espacial não trivial, onde o campo magnético dinâmico apresenta amplitude máxima em regiões intermediárias do filme, diferente dos modos puros que se concentram na superfície ou no volume (Stancil, 1993).

Em sistemas mEMS, esses modos são particularmente relevantes porque a geometria reduzida e a alta sensibilidade às variações de campo permitem a detecção e o controle da propagação de ondas de spin em múltiplas direções. Além disso, a natureza híbrida dos modos mistos permite o acoplamento eficiente entre diferentes regiões do dispositivo, o que é vantajoso para o projeto de componentes reconfiguráveis baseados em spintrônica de onda.

Do ponto de vista prático, a simulação desses modos em mEMS pode ser feita numericamente, resolvendo a equação característica para diferentes ângulos de propagação. Os resultados computacionais revelam que os modos mistos apresentam dispersão fortemente anisotrópica, com regiões onde a velocidade de grupo muda de sinal ou se aproxima de zero, indicando regimes de confinamento ou refração negativa das ondas de spin (Serga, 2014).

Esses efeitos podem ser visualizados na relação de dispersão $\omega(\vec{k})$, onde as curvas mostram inflexões e regiões de curvatura negativa, características essenciais para o desenvolvimento de dispositivos como isoladores magnônicos, multiplexadores e osciladores de frequência controlada. A presença de modos magnetostáticos mistos em filmes espessos ferromagnéticos integrados a mEMS representa uma via promissora para manipulação de informação magnética em dispositivos de escala micrométrica, abrindo possibilidades para sensores, osciladores e guias de onda magnônicos com comportamento altamente controlável. Tais avanços promovem o desenvolvimento de tecnologia spintrônica integrada que pode ser aplicada em comunicações, processamento de sinais e sistemas quânticos híbridos.

3.5 Análise geral dos modos de ondas de spin em um sistema milieletromecânico de filme espesso

A propagação de ondas de spin magnetostáticas em filmes ferromagnéticos espessos integrados a sistemas milieletromecânicos (mEMS) revela uma rica variedade de modos funcionais. Na Tabela 1 fazemos uma análise comparativa destes modos - *volume*, *superfície* e *mistos* - que é fundamental para aplicações em dispositivos magnônicos:

Características distintivas:

1. **Modos de Volume:** Distribuição simétrica no interior do filme, ocorrem com campo perpendicular ao plano com velocidade de grupo baixa/modulada e são ideais para: filtros ressonantes e sensores de campo.

Tabela 2 – Comparação entre modos magnetostáticos em filmes espessos

Propriedade	Modos de Volume	Modos de Superfície	Modos Mistos
Distribuição	Interior	Interfaces	Assimétrica
Dispersão	Quantizada	Contínua, não-linear	Anisotrópica
Vel. grupo	Baixa Modulada	Alta (BF)	Direcional Variável
Sensibilidade	Baixa (geom.)	Alta (sup.)	Alta (angular)
Confinamento	Fraco/Mod.	Forte (int.)	Interm./Local
Aplicações	Filtros Sensores	Guias Isoladores	Reconfig. Acoplamento

2. **Modos de Superfície (Damon-Eshbach)**: Localizados nas interfaces, possuem dispersão fortemente não-linear, tem uma alta velocidade de grupo em baixas frequências (BF) com aplicações em guiamento de sinal e isoladores magnônicos.

3. **Modos Mistos (Híbridos)**: possuem propagação oblíqua ($\theta \neq 0^\circ, 90^\circ$), perfil assimétrico/intermediário com velocidade de grupo direcional e variável e permitem reconfiguração dinâmica e acoplamento intermodal.

A diversidade de modos de ondas de spin em filmes espessos ferromagnéticos permite uma ampla gama de aplicações práticas quando esses materiais são integrados a sistemas milieletromecânicos. A seleção do tipo de modo a ser explorado depende não apenas das características físicas, como confinamento e dispersão, mas também das demandas específicas da aplicação em termos de estabilidade, sensibilidade e controlabilidade.

Os **modos de volume**, por exemplo, são particularmente indicados para a construção de sensores e ressonadores magnônicos em mEMS. Devido à sua relativa imunidade a imperfeições de superfície e à quantização espectral bem definida, esses modos favorecem a criação de estruturas ressonantes estáveis, utilizadas como referências de frequência em osciladores mEMS e como sensores de campo magnético com alta resolução. Em configurações adequadas, a ressonância de modos de volume pode ser explorada para medir a susceptibilidade magnética de materiais ou para detectar variações ambientais, como mudanças de temperatura ou tensão mecânica.

Já os **modos de superfície**, como os clássicos modos de Damon-Eshbach, são ideais para o transporte eficiente de sinais de spin em dispositivos miniaturizados. Devido ao seu forte confinamento nas interfaces do filme e à possibilidade de propagação unidirecional, esses modos são utilizados no desenvolvimento de guias de onda magnônicos planos que funcionam como interconexões livres de corrente elétrica, reduzindo significativamente o consumo energético. Além disso, esses modos permitem o projeto de linhas de atraso, moduladores de fase e filtros de banda para aplicações em radiofrequência, todas integráveis à arquitetura de sistemas mEMS.

Os **modos mistos**, por sua vez, oferecem grande flexibilidade para o projeto de dispositivos reconfiguráveis. Como suas propriedades dependem fortemente do ângulo de propagação da onda de spin em relação ao campo magnético aplicado, esses modos possibilitam o controle direcional dinâmico do transporte magnônico. Essa característica é especialmente promissora em roteadores de sinal ou elementos lógicos magnônicos que operam com geometria variável. Além disso, a sensibilidade dos modos mistos à orientação do campo e às tensões mecânicas pode ser explorada no acoplamento com elementos piezoelétricos, permitindo o controle eletromecânico da dispersão magnônica. Isso abre caminho para a criação de sensores adaptativos capazes de responder

simultaneamente a estímulos magnéticos, mecânicos e térmicos.

Em resumo, os modos magnetostáticos em filmes espessos permitem a construção de uma nova geração de dispositivos mEMS baseados em spintrônica de onda. Cada tipo de modo — volume, superfície ou misto — oferece vantagens específicas para diferentes funções tecnológicas, tornando viável a integração de componentes magnônicos eficientes, compactos e energeticamente econômicos em plataformas milieletromecânicas modernas.

3.6 Perspectivas

Os resultados obtidos neste trabalho abrem caminho para investigações mais aprofundadas sobre a propagação de ondas de spin em sistemas milieletromecânicos, especialmente considerando os modos magnetostáticos e suas aplicações em dispositivos multifuncionais. Como continuidade natural desta pesquisa, pretende-se aprofundar a análise teórica e computacional dos modos magnetostáticos em geometrias mais complexas e condições de contorno não triviais, explorando também efeitos térmicos e acoplamentos com outras excitações quasiparticuladas.

Nesse sentido, uma das perspectivas futuras está voltada à realização de um projeto de mestrado, no qual se pretende expandir a modelagem matemática e a simulação numérica dos modos em filmes magnéticos aplicados a mEMS, com foco em sensores de alta sensibilidade e estruturas reconfiguráveis. Espera-se, com isso, contribuir para o desenvolvimento de dispositivos spintrônicos avançados e fomentar o intercâmbio entre teoria, simulação e aplicações tecnológicas.

4 Conclusão

Este trabalho teve como objetivo principal analisar detalhadamente os modos de ondas de spin magnetostáticas em sistemas milieletromecânicos (mEMS) compostos por filmes magnéticos espessos, buscando compreender a dinâmica da magnetização nesses materiais e as implicações para aplicações tecnológicas. A partir de uma revisão teórica abrangente e do desenvolvimento de métodos numéricos baseados nas formulações clássicas de Damon e Eshbach, foi possível descrever e caracterizar os modos de volume, de superfície e os modos mistos que ocorrem nesses sistemas.

A análise dos modos de volume evidenciou a influência marcante das condições de contorno e do confinamento geométrico sobre a quantização modal e a relação de dispersão. Foi possível observar que o confinamento impõe uma discretização dos estados permitidos para as ondas de spin, resultando em modos com perfis energéticos específicos e velocidades de grupo distintas, características fundamentais para a transmissão eficiente de sinais magnéticos em dispositivos mEMS. O estudo dos perfis de campo e energia revelou também aspectos importantes para o controle da propagação desses modos, possibilitando o desenvolvimento de sensores e atuadores com maior precisão e sensibilidade.

Os modos de superfície, por sua vez, foram explorados através da formulação da equação característica de Damon-Eshbach, ressaltando sua natureza localizada e sua dispersão anisotrópica. A análise numérica destes modos demonstrou que eles são particularmente sensíveis às propriedades do material e à magnetização tangencial, aspectos que podem ser explorados para a construção de dispositivos mEMS com funcionalidades avançadas, como magnetômetros de alta resolução, filtros seletivos e componentes para comunicação sem fio em microescala.

Além disso, a investigação dos modos mistos contribuiu para um entendimento mais completo das interações entre modos de volume e superfície, indicando a possibilidade de manipulação simultânea dessas ondas em sistemas reais, o que abre novas fronteiras para aplicações em tecnologia spintrônica e microeletromecânica.

No âmbito prático, este estudo reforça a importância da modelagem precisa e da simulação computacional na concepção e otimização de dispositivos baseados em ondas de spin magnetostáticas. Os resultados obtidos evidenciam que o conhecimento detalhado da dispersão, confinamento e propagação desses modos é crucial para o aprimoramento de sensores magnéticos miniaturizados, acelerômetros, giroscópios, magnetômetros e outros sistemas milieletromecânicos que demandam alta sensibilidade e baixa dissipação energética.

As aplicações dos dispositivos mEMS baseados em ondas de spin magnetostáticas têm um enorme potencial para revolucionar áreas como a automação industrial, medicina (com sensores biomédicos de alta precisão), comunicação e sistemas embarcados, devido à capacidade desses dispositivos em operar em escalas reduzidas com alta eficiência e confiabilidade.

Por fim, este estudo aponta para perspectivas promissoras de pesquisa futura, incluindo a investigação de novos materiais magnéticos com propriedades anisotrópicas mais acentuadas, a análise dos efeitos de temperatura e defeitos estruturais sobre os modos de ondas de spin, além do desenvolvimento de técnicas experimentais para validação dos modelos numéricos apresentados. Essas iniciativas poderão ampliar significativamente a aplicabilidade das ondas magnetostáticas em mEMS, contribuindo para a evolução da física aplicada e da engenharia de dispositivos milieletromecânicos.

Referências

- AKHIEZER, A. I.; BAR'YAKHTAR, V. G.; PELETMINSKII, S. V. *Spin Waves*. Amsterdam: North-Holland, 1968.
- CHUMAK, A. V. et al. Magnon spintronics. *Nature Physics*, v. 11, p. 453-461, 2015.
- CHUMAK, A. V. Advances in magnonics: Materials, physics and applications. *Journal of Applied Physics*, v. 128, p. 161101, 2020.
- DAMON, R. W.; ESHBACH, J. R. Magnetostatic modes of a ferromagnet slab. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, v. 19, p. 308-320, 1961.
- DEMIDOV, V. E. et al. Magnonics for spin-wave computing. *Journal of Applied Physics*, v. 115, p. 17C509, 2014.
- GINZBURG, V. L. On the surface waves of magnetic origin. *Journal of Physics USSR*, v. 15, p. 739-742, 1951.
- GUREVICH, A. G.; MELKOV, G. A. *Magnetization Oscillations and Waves*. Boca Raton: CRC Press, 1996.
- HILLEBRANDS, B.; THIAVILLE, A. (Eds.). *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures III*. Berlin: Springer, 2006.
- HOLANDA, J. *Teoria de ondas de spin magnetotásticas (MSW)*. Cabo de Santo Agostinho: Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2018. (Material de aula).
- KABOS, P.; STALMACHOV, V. S. *Magnetostatic waves and their applications*. London: Chapman and Hall, 1994.
- Kalinikos, B. A. Excitation of propagating spin waves in ferromagnetic films. *IEE Proceedings*, v. 127, p. 4-10, 1980.
- Kalinikos, B. A.; SLAVIN, A. N. Theory of dipole-exchange spin wave spectrum for ferromagnetic films. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, v. 19, p. 7013-7033, 1986.
- Kalinikos, B. A. Excitation of propagating spin waves in ferromagnetic films. *IEE Proceedings*, v. 141, p. 309-318, 1994.
- KRUGLYAK, V. V. et al. Magnonics. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 43, p. 264001, 2010.
- LIU, T. et al. Ferromagnetic resonance of sputtered yttrium iron garnet nanometer films. *Journal of Applied Physics*, v. 119, p. 073903, 2016.
- MALUF, N.; WILLIAMS, K. *An introduction to microelectromechanical systems engineering*. 2. ed. Boston: Artech House, 2004.
- REZENDE, S. M. *Fundamentals of Magnonics*. Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2019.

- SERGA, A. A. et al. YIG magnonics. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 47, p. 343001, 2014.
- SESHADRI, S. R. Surface magnetostatic modes of a ferromagnetic slab. *Proceedings of the IEEE*, v. 58, p. 506-507, 1970.
- SILVA JÚNIOR, J. H. *Fenômenos de spintrônica e magnônica em materiais magnéticos*. 2018. Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife.
- SLONCZEWSKI, J. C. Current-driven excitation of magnetic multilayers. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 159, p. L1-L7, 1996.
- SLONCZEWSKI, J. C. Excitation of spin waves by an electric current. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 195, p. L261-L268, 1999.
- STANCIL, D. D. *Theory of magnetostatic waves*. New York: Springer-Verlag, 1993.
- BERLIN, A. A. et al. MEMS-Based Control of Structural Dynamic Instability. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 9, n. 7, p. 574-586, 1998.
- HO, C.-M.; TAI, Y.-C. Review: MEMS and Its Applications for Flow Control. *Journal of Fluids Engineering*, v. 118, n. 3, p. 437-447, 1996.
- HO, C.-M.; TAI, Y.-C. Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS) and Fluid Flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 30, p. 579-612, 1998.
- LÖFDAHL, L.; Gad-El-Hak, M. MEMS Applications in Turbulence and Flow Control. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 35, n. 2, p. 101-203, 1999.
- NAGAOKA, Y. et al. Shear Stress Measurements on an Airfoil Surface Using Micro-Machined Sensors. *JSME International Journal Series B*, v. 40, n. 2, p. 265-272, 1997.
- NELSON, B. J. et al. Sensor-Based Microassembly of Hybrid MEMS Devices. *IEEE Control Systems Magazine*, v. 18, n. 6, p. 35-45, 1998.
- SUBRAMANIAN, H. et al. Design and Fabrication of Wireless Remotely Readable MEMS Based Microaccelerometers. *Smart Materials and Structures*, v. 6, n. 6, p. 730-738, 1997.
- VANDELLI, N. et al. Development of a MEMS Microvalve Array for Fluid Flow Control. *Journal of Microelectromechanical Systems*, v. 7, n. 4, p. 395-403, 1998.
- VARADAN, V. K. et al. Comparison of MEMS and PZT Sensor Performance in Active Vibration and Noise Control of Thin Plates. *Journal of Wave-Material Interactions*, v. 10, n. 4, p. 51-59, 1995.
- ALIBABA. mEMS Pressure Sensor For blood Pressure. 2025. Disponível em: <<https://portuguese.alibaba.com/product-detail/mEMS-Pressure-Sensor-For-blood-Pressure-1600060041049.html>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

ALIBABA. XGZP101DB1R DIP package mEMS pressure sensor. 2025. Disponível em: <<https://portuguese.alibaba.com/product-detail/XGZP101DB1R-DIP-package-mEMS-pressure-sensor-1600101797007.html>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

DIARIOS ELETRÔNICOS HOY. Acelerômetros mEMS triaxiais [Imagem]. 2025. Disponível em: <<https://www.diarioelectronico hoy.com/acelerometros-mEMS-triaxiales/n>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

ELECTROKIT. Gyro dual IDG-300/500 deg/s pa kort. 2025. Disponível em: <<https://www.electrokit.com/en/gyro-dual-idg-300-500-deg/s-pa-kort>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

O ACELERÔMETRO. 2025. Disponível em: <<https://seara.ufc.br/pt/tintim-por-tintim/tecnologia/o-acelerometro/>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

RS COMPONENTS. Sensor development tools (Ref: 8892977). 2025. Disponível em: <<https://my.rs-online.com/web/p/sensor-development-tools/8892977>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

SENSORES funcionamento. 2025. Disponível em: <<http://www.eletrica.ufpr.br/edu/Sensores/1999/joao/funcionamento.htm>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

TIPOS de acelerômetros. 2025. Disponível em: <<https://www.dmc.pt/tipos-de-acelerometros/>>. Acesso em: 10 abr. 2025.

G. Uhlenbeck, S. Goudsmit, Naturwiss. 47, p. 953-954.

Apêndice

A Código Python para Cálculo da Dispersão dos Modos de Superfície

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from mpmath import mp, findroot
4 import cmath as mt
5 import pandas as pd
6
7 # Variáveis
8 M = 0.0241 # kG
9 Gamma = 2.8 # GHz/kOe
10 Hc = 0.545673 # kOe
11 Ha = 2 * M * Hc # kOe
12 H = 0.150 # kOe
13 Lz = 0.4 # cm
14 Lx = 1.0 # cm
15 d = 0.3 # cm
16 OmegaM = Gamma * 4 * np.pi * M
17 OmegaH = Gamma * (Ha + H)
18 OmegaKExp = OmegaM #GHz
19
20 # Funções
21 def kappa(Omegak):
22     return (OmegaM * OmegaH) / (OmegaH**2 - Omegak**2)
23
24 def nu(Omegak):
25     return (OmegaM * Omegak) / (OmegaH**2 - Omegak**2)
26
27 def eta():
28     resultado = kz/kx
29     return resultado
30
31 def p1():
32     return (1 + eta())**2
33
34 def p2(Omegak):
35     return (1 + kappa(Omegak))
36
37 def p3(Omegak):
38     return (1 + eta())**2 + kappa(Omegak)
39
40 def fs(Omegak):
41     resultado = p1() + 2* mt.sqrt(p1()) * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)) * (p2(Omegak)) *
42     ↪ (1/np.tanh(kx * d * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)))) + (p2(Omegak)**2) *
43     ↪ (p3(Omegak)/p2(Omegak)) - nu(Omegak)**2
44     return resultado
45
46 # Relação de dispersão
47 VOmegakXk = []
48 VOmegakExpXk = []
49 Vkx = []
50 kz = 1 * (np.pi/Lz)
51 kx = 1
52 while kx < 3000:
53     try:
54         kx = float(kx)
55         sol = findroot(fs, H, tol= 1.e-5, solver='muller') # determinação da raiz da equação
56         ↪ característica
57         Omegak = float(sol.real)
58         VOmegakXk.append(Omegak)
59         VOmegakExpXk.append(OmegakExp)
60         Vkx.append(kx)
61         kx += 0.5
62     except:

```

```

60     kx += 0.5
61     pass
62
63 # Velocidade de grupo
64 fOmegak = np.interp(Vkx, Vks, VOmegakXk)
65 vg = 2 * np.pi * np.gradient(fOmegak, Vkx)
66 Vvg = (vg.ravel().tolist())
67
68 # Gráficos
69 plt.plot(Vkx, VOmegakExpXk, label=r'$\omega$ kExp$', color="blue")
70 plt.plot(Vkx, VOmegakXk, label=r'$\omega$ k$', color="red")
71 plt.xlabel('kx')
72 plt.title('Modos de superfície')
73 plt.legend()
74 plt.show()
75
76 plt.plot(Vkx, VOmegakXk, label=r'$\omega$ k$', color="red")
77 plt.xlabel('kx')
78 plt.title('Relação de Dispersão')
79 plt.legend()
80 plt.show()
81
82 plt.plot(Vkx, Vvg, label='Velocidade de Grupo', color="red")
83 plt.xlabel('kx')
84 plt.ylabel('vg')
85 plt.legend()
86 plt.show()
87
88 # Exportar os dados para pasta
89 resultado_dispersão = list(zip(Vkx, VOmegakXk))
90 df = pd.DataFrame(resultado_dispersão, columns=['kx', r'$\omega$ k$'])
91 df.to_csv("dispersao_superficie_teste.csv")
92
93 resultado_velocidade = list(zip(Vkx, Vvg))
94 df2 = pd.DataFrame(resultado_velocidade, columns=['kx', 'vg'])
95 df2.to_csv("velocidade_superficie_teste.csv")

```

B Código Python para Cálculo da Dispersão dos Modos de Volume

```

1  import numpy as np
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  from mpmath import mp, findroot
4  import cmath as mt
5  import pandas as pd
6
7  #Variaveis
8  M = 1.76 / (4 * np.pi) # kG
9  Gamma = 2.8 # GHz/kOe
10 H = 0.615 # kOe
11 Ha = 0.005 # kOe
12 Lz = 1.1 # cm
13 Lx = 0.2 # cm
14 d = 8e-4 # cm
15 OmegaM = Gamma * 4 * np.pi * M
16 OmegaH = Gamma * (H + Ha)
17 OmegakExp = 3.4 # GHz
18
19 # Funções
20
21 def kappa(Omegak):
22     return (OmegaM * Omegak) / (OmegaH**2 - Omegak**2)
23
24 def nu(Omegak):
25     return (OmegaM * Omegak) / (OmegaH**2 - Omegak**2)
26
27 def eta():

```

```

28     resultado = kz/kx
29     return resultado
30
31 def p1():
32     return (1 + eta())**2
33
34 def p2(Omegak):
35     return (1 + kappa(Omegak))
36
37 def p3(Omegak):
38     return ((1 + eta())**2 + kappa(Omegak))
39
40 def COT(x):
41     resultado = (1/x)-(x/3)
42     return resultado
43
44 def fs(Omegak):
45     try:
46         resultado = p1() + 2* mt.sqrt(p1()) * mt.sqrt(-p3(Omegak)/p2(Omegak)) * (p2(Omegak)) * (COT(kx
47         ↪ * d * mt.sqrt(-p3(Omegak)/p2(Omegak))) + (p2(Omegak)**2) * (p3(Omegak)/p2(Omegak)) -
48         ↪ nu(Omegak)**2
49     except:
50         resultado = p1() + 2* np.sqrt(p1()) * np.sqrt(-p3(Omegak)/p2(Omegak)) * (p2(Omegak)) * (COT(kx
51         ↪ * d * np.sqrt(-p3(Omegak)/p2(Omegak))) + (p2(Omegak)**2) * (p3(Omegak)/p2(Omegak)) -
52         ↪ nu(Omegak)**2
53     return resultado
54
55 def dfs(Omegak):
56     p3_deriv = 2 * (eta())**2 - 1) * (1 + kappa(Omegak))
57     resultado = (2 * mt.sqrt(p1()) * mt.sqrt(p3_deriv) * (p2(Omegak)**2) * (1/mt.tan(kx * d *
58     ↪ mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)))) + (2 * mt.sqrt(p1()) * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)) *
59     ↪ (p2(Omegak)**2 * (-kx * d * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)) * (1/np.tan(kx * d *
60     ↪ mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak))))**2) + (p2(Omegak)**2) * (p3_deriv) * (1/np.tan(kx * d *
61     ↪ mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak))))**2 - 2 * p2(Omegak) * p3_deriv * (1/np.tan(kx * d *
62     ↪ d * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak))) * (kx * d * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)) * (1/np.tan(kx *
63     ↪ mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)))**2) - 2 * p3_deriv * (kx * d *
64     ↪ mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak)) * (1/mt.tan(kx * d * mt.sqrt(p3(Omegak)/p2(Omegak))))**3)) /
65     ↪ (3.0137 - Omegak**2)**2)
66     return resultado
67
68 # Relação de dispersão
69
70 VOmegakXk = []
71 VOmegakExpXk = []
72 Vkz = []
73
74 kx = 1 * (np.pi / Lz)
75 kz = 1
76 while kz < 3000:
77     try:
78         kz = float(kz)
79         sol = findroot(fs, 1, df = dfs, solver='muller') # determinação da raiz da equação
80         ↪ característica
81         Omegak = float(sol.real)
82         VOmegakXk.append(Omegak)
83         VOmegakExpXk.append(OmegakExp)
84         Vkz.append(kz)
85         kz += 0.5
86     except:
87         kz += 0.5
88     pass
89
90 # Velocidade de grupo
91 Vvg = []
92 fOmegak = np.interp(Vkz, Vkz, VOmegakXk) # Cria a função de interpolação
93 vg = 2 * np.pi * np.gradient(fOmegak, Vkz)
94
95 # Gráficos

```

```
83 plt.plot(Vkz, VOmegakExpXk, label=r'$\omega kExp$', color="blue")
84 plt.plot(Vkz, VOmegakXk, label=r'$\omega k$', color="red")
85 plt.xlabel('kz')
86 plt.title('Modos de Volume')
87 plt.legend()
88 plt.show()
89
90 plt.plot(Vkz, VOmegakXk, label=r'$\omega k$', color="red")
91 plt.xlabel('kz')
92 plt.title('Modos de Volume')
93 plt.legend()
94 plt.show()
95
96 plt.plot(Vkz, vg, label='Velocidade de grupo', color="red")
97 plt.xlabel('kz')
98 plt.ylabel('vg')
99 plt.legend()
100 plt.show()
101
102 #Exportar os dados para pasta
103 resultado_dispersao = list(zip(Vkz, VOmegakXk))
104 df = pd.DataFrame(resultado_dispersao, columns=['kz', r'$\omega k$'])
105 df.to_csv("dispersao_volume_testel.csv")
106
107 resultado_velocidade= list(zip(Vkz,vg))
108 df2 = pd.DataFrame(resultado_velocidade, columns=['kz', 'vg'])
109 df2.to_csv("velocidade_volume_testel.csv")
110
```