UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

VANDRESSA ARRUDA DO NASCIMENTO

OLHA PRO CÉU, MEU AMOR: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA PARA ESTUDANTES DE ZONAS COSTEIRAS

Recife
2023

VANDRESSA ARRUDA DO NASCIMENTO

OLHA PRO CÉU, MEU AMOR: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA PARA ESTUDANTES DE ZONAS COSTEIRAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Rural de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Anete Soares Cavalcanti

Recife

2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Sistema Integrado de Bibliotecas da UFRPE
Bibliotecário(a): Auxiliadora Cunha – CRB-4 1134

N244o Nascimento, Vandressa Arruda do.

Olha pro céu, meu amor: uma sequência didática no ensino da trigonometria para estudantes de zonas costeiras / Vandressa Arruda do Nascimento. – Recife, 2023.

63 f.; il.

Orientador(a): Anete Soares Cavalcanti.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, Recife, BR-PE, 2024.

Inclui referências e apêndice(s).

1. Modelagem. 2. Sequência Didática. 3. Trigonometria. 4. Zonas Costeiras I. Cavalcanti, Anete Soares, orient. II. Título

CDD 510

VANDRESSA ARRUDA DO NASCIMENTO

OLHA PRO CÉU, MEU AMOR: UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA PARA ESTUDANTES DE ZONAS COSTEIRAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal Rural de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Aprovado em: 19/09/2023

BANCA EXAMINADORA

____

Profa. Dra. Anete Soares Cavalcanti (Orientadora)

Universidade Federal Rural de Pernambuco

____

Profa. Dra. Juliana Martins (Examinador Interno)

Universidade Federal Rural de Pernambuco

____

Prof. Dr. Antonio Carlos da Silva Miranda (Examinador Interno)

Universidade Federal Rural de Pernambuco

RESUMO

Ao longo do nosso dia a dia, somos cercados por padrões que se repetem periodicamente. Tais comportamentos nos auxiliam em diversos contextos e até possibilitam fazer algumas previsões de fenômenos físicos como as fases da lua e tábuas de marés. O uso das funções periódicas por meio da modelagem matemática permite a compreensão dessas diversas situações-problemas presentes no cotidiano, em particular, nas vivências dos moradores de zonas costeiras. O presente estudo teve como objetivo a proposta de uma sequência didática para o ensino da Matemática associada à realidade vivida pelos estudantes ribeirinhos. Neste trabalho também se encontram os resultados obtidos durante a aplicação dessa proposta. O intuito foi contribuir para promover a consciência cidadã a partir do debate sobre a Educação Matemática e sua contribuição para a formação socioeducacional de estudantes do litoral.

Palavras-Chave: Modelagem; Sequência Didática; Trigonometria; Zonas Costeiras.

ABSTRACT

Throughout our daily lives, we are surrounded by patterns that repeat periodically. These behaviors are useful in a variety of contexts and even to make some predictions of physical phenomena such as the phases of the moon and tide tables. The use of periodic functions through mathematical modeling allows to understand these various everyday problem situations, in particular, in the experiences of coastal residents. The present study aimed to propose a didactic sequence for teaching Mathematics associated with the reality experienced by coastal students. This work also contains the results obtained during the application of this proposal. The intention was to contribute to promoting civic awareness from the debate on Mathematical Education and its contribution to the socio-educational formation of coastal zones students.

Keywords: Coastal zones; Didactic sequence; Modeling; Trigonometry.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Organizador Curricular de Matemática 12

Figura 2 – Configuração dos triângulos retângulos para a demonstração do Teorema de Pitágoras. 32

Figura 3 – Charada Trigonométrica 35

Figura 4 – Grupo durante atividades na biblioteca 36

Figura 5 – Cartaz de divulgação da observação lunar 39

Figura 6 – Estudantes durante a observação lunar 40

Figura 7 – As Variações dos Intervalos de Tempo entre as Fases Principais da Lua 51

Figura 8 – As posições relativas entre Lua, Terra e Sol nas Fases Principais da Lua 51

Figura 9 – Representação das posições relativas ao Sol, Lua (fases Crescente Minguante) e Terra. 54

Figura 10 – Triângulo retângulo 54

Figura 11 – Representação do alinhamento entre Lua, Terra e Sol. 55

Figura 12 – Diagrama para coleta de dados durante as Fases da Lua 56

Figura 13 – Triângulos retângulo e isósceles 58

Figura 14 – Círculos trigonométricos 58

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO **8**
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA **9**
3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA PROPOSTA **16**
3.1 ETAPA I (LUA MINGUANTE) 19
3.1.1 Aula I *20*
3.1.2 Aula II *22*
3.1.3 Aula III *23*
3.1.4 Aula IV *24*
3.2 ETAPA II (LUA NOVA) 24
3.3 ETAPA III (LUA CRESCENTE) 25
3.4 ETAPA IV (LUA CHEIA) 26
3.5 UM RESUMO PRÁTICO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA 26
3.5.1 Etapa I (Lua Minguante) *26*
3.5.2 Etapa II (Lua Nova) *28*
3.5.3 Etapa III (Lua Crescente) *29*
3.5.4 Etapa IV (Lua Cheia) *29*
4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA PRÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA **29**
4.1 AS VIVÊNCIAS EM JULHO DE 2023 31
4.2 AS VIVÊNCIAS EM AGOSTO DE 2023 32
4.2.1 Promovendo uma experiência celestial: "Olha pro céu, meu amor!" *38*
4.2.2 O último dia de Agosto de 2023 *42*
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS **43**
REFERÊNCIAS **45**
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE PRELÚDIO **48**
APÊNDICE B – TEXTO DE CONTEXTUALIZAÇÃO I “AS FASES DA LUA E SUAS CONSEQUÊNCIAS NA VIDA: DA ANTIGUIDADE AOS TEMPOS DE HOJE” **49**
APÊNDICE C – ATIVIDADE COLETIVA I **51**
APÊNDICE D – TEXTO DE CONTEXTUALIZAÇÃO II “ARISTARCO QUER IR À LUA: O USO DOS ÂNGULOS E TRIÂNGULOS NA ESTIMATIVA DA DISTÂNCIA DA TERRA À LUA” **53**
APÊNDICE E – ATIVIDADE COLETIVA II **54**
APÊNDICE F – ATIVIDADE COLETIVA III **55**
APÊNDICE G – ATIVIDADE DE OBSERVAÇÃO “OLHA PRO CÉU, MEU AMOR!” **56**
APÊNDICE H – TEXTO DE CONTEXTUALIZAÇÃO III “ASSIM COMO AS ONDAS DO MAR...” **57**
APÊNDICE I – ATIVIDADE COLETIVA IV **58**
APÊNDICE J – ATIVIDADE COLETIVA V **59**
APÊNDICE K – ATIVIDADE DE MODELAGEM **61**
APÊNDICE L – QUESTIONÁRIO DE CULMINÂNCIA **62**

1 INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática no Brasil, especialmente nas escolas públicas, costuma ser desvinculado da realidade dos estudantes. A modelagem matemática, segundo Biembengut e Hein (2005), D'Ambrosio (1986) e Bassanezi (2002), surge como alternativa didática para aproximar os conceitos matemáticos das situações-problemas cotidianas e preparar indivíduos para a cidadania. Nesse sentido, Matemática é muito mais do que algoritmos e raciocínio lógico-matemático: é uma ferramenta de transformação social quando ensinada de forma contextualizada e crítica.

O presente trabalho surgiu a partir de uma problemática encontrada nas atividades interdisciplinares dos momentos de Tempo Comunidade[1] da Educação de Jovens e Adultos do Campo (EJA Campo). Até meados de 2021, não havia registros de trabalhos voltados para os grupos de estudantes ribeirinhos e pescadores artesanais. A ausência de representatividade não só desses grupos, mas também de projetos envolvendo a disciplina de Matemática, levou à elaboração da pesquisa que será apresentada a seguir.

O objetivo foi, inicialmente, propor uma sequência didática com enfoque no ensino contextualizado da Matemática a partir de tópicos da Trigonometria. Tais conteúdos priorizaram, em particular, as funções periódicas e foram articulados com base nas instruções do Currículo de Pernambuco (2020) e nas habilidades junto às competências norteadoras estabelecidas pelo Organizador Curricular de Matemática para o 3º ano do Ensino Médio associadas à Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018).

Além disso, foi possível aplicar as principais atividades com a colaboração de um pequeno grupo de estudantes matriculados em uma escola estadual localizada no distrito costeiro de Igarassu, em Pernambuco. O relato das experiências apresentado neste estudo permitiu alguns ajustes na sequência didática para torná-la mais acurada. O intuito do estudo não era despertar a afinidade dos

[1] Termo utilizado na Educação do Campo em que consiste na carga horária realizada nas comunidades de origem dos educandos, em escolas do meio rural e em escolas localizadas nas regiões que abarquem os municípios de origem dos discentes. Em suma, é dado por um tempo de formação intencional a fim de refletir criticamente sobre o que, como e para que se aprende, assim como à serviço de quê e de quem estão as aprendizagens e com quem se aprende (INCRA/PRONERA, 2005, *apud* BOGO; CARVALHO, 2018).

educandos pela Matemática. Por outro lado, a intenção foi o desenvolvimento de uma sequência didática que os aproximasse da disciplina, mostrando as conexões entre ela e o cotidiano deles como cidadãos. E, a partir dos resultados da execução dessa proposta, aprimorá-la e torná-la mais condizente com a realidade dos estudantes das zonas litorâneas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Não há um modelo definitivo para ser um bom professor ou uma boa professora. Acreditar nessa existência seria ir de encontro a toda teoria que estudamos enquanto licenciandos(as). Isto é, ter um padrão inflexível abre espaço para a homogeneização das particularidades e subdesenvolve a habilidade de inovar. Por outro lado, é indispensável que educadores percebam as dinâmicas sociais ao redor para que o ofício seja executado com a qualidade adequada. É perceptível que os estudantes são indivíduos integrais com direitos civis, políticos e sociais, em particular, são cidadãos que possuem o direito à Educação garantido pela Constituição.

E sendo esse direito a principal ferramenta que proporciona a consciência do exercício pleno da cidadania, em outros termos, o poder de participação nas decisões que refletem em todos os segmentos de nossa sociedade. A Educação Matemática também é, sem dúvidas, um direito de todo cidadão independente do seu gênero. Ela possibilita o domínio do pensamento para além de simbolismo e rigor científico, alcançando processos de reflexão criativa e estratégica. Por isso, a Educação Matemática é necessária nesse nosso caminho em busca pela justiça social.

O uso da Matemática, como instrumento para a formação integral de cidadãos mais conscientes e engajados socialmente, permite que os educandos se apropriem de conhecimentos que os auxiliarão recorrentemente na análise de problemas sociais, econômicos e ambientais. Ou seja, contribui para o desenvolvimento sustentável ao preparar indivíduos para lidar com questões complexas e participar ativamente da sociedade. A constante transformação de cenários sociais demandam habilidades e competências multifacetadas para superar desafios diários.

Dessa forma, o pensamento matemático crítico é uma habilidade valiosa e versátil não só no mercado de trabalho, como também ao capacitar profissionais a resolver problemas complexos, tomar decisões informadas, analisar dados e alcançar resultados com eficácia e eficiência. É possível ir além, tornando-se uma competência cada vez mais demandada para o exercício pleno da cidadania ao proporcionar o empoderamento pessoal. Isto é, a Matemática ajuda os cidadãos a *ler o mundo*[2] ao seu redor. Ela permite que eles possam identificar padrões, resolver problemas, fazer inferências e visualizar informações complexas.

Em síntese, o domínio de conceitos matemáticos é uma ferramenta poderosa que pode ser usada para melhorar a vida das pessoas ao possibilitar que os cidadãos sejam mais conscientes, críticos, participativos e aptos a enfrentar as questões do mundo contemporâneo. Mais que uma disciplina obrigatória nos currículos escolares, a Matemática, quando pautada no enfoque globalizador[3], possibilita condições para que indivíduos se tornem agentes ativos na construção de uma sociedade mais justa e sustentável.

Quanto à conjuntura atual nas escolas do ensino básico, é visível que diversos docentes vivem estagnados em um impasse o qual está relacionado com a dicotomia entre a Matemática romântica e a Matemática funcional como é citado por Ubiratan D’Ambrosio (2013) no texto “Por que se ensina Matemática?”. Essa primeira postura está no romantismo de ensinar a Matemática pela Matemática. É a apresentação dos conteúdos matemáticos que já foram cativantes em tempos remotos, mas que, devido à forma estática que continuam sendo apresentados, se tornam amorfos por não possuírem um vínculo aparente com a realidade dos estudantes.

Esse contexto também é abordado por Sadovsky (2007, p.8, *apud* Santos e Effgen, 2018, p.5) quando a autora elenca que, geralmente, existe uma ausência dos principais aspectos que despertam a curiosidade quando se ensina Matemática. Por exemplo, não é comum a interação na sala de aula a partir da discussão de ideias, checagem de informações ou da proposição de desafios. Logo, de acordo com Sadovsky (2007), há uma recorrência no ensino da disciplina “sem vínculos com os problemas que fazem sentido na vida das crianças e dos adolescentes". Assim,

---

[2] Em referência à expressão “leitura de mundo” do autor Paulo Freire (1989).

[3] Definido por Antoni Zabala (1998, p.161), é o uso de uma situação próxima ao contexto dos estudantes, que seja interessante e que incentive questionamentos e a busca por respostas para fins educacionais.

surge a famigerada questão que é tratada de forma jocosa: Em qual situação vou usar Bhaskara na minha vida?

Porém, é fundamental destacar que não é recomendado que o educador se utilize do proselitismo com uma periodicidade exacerbada. Como diz D'Ambrosio (2013), os educadores necessitam refletir acerca da condição de usar da sua função para converter educandos para sua disciplina. O uso consciente da sua posição requer a compreensão de que a Matemática também é um instrumento e ela deve ser submetida a propósitos maiores da Educação.

Isto é, os conteúdos devem ser subordinados à matriz curricular visando a construção do conhecimento significativo. Não podemos continuar a adotar apenas o pensamento objetivo e sistemático (conhecido como pensamento cartesiano[4]), pois essa abordagem não é mais suficiente para esclarecer a complexidade de diversos fenômenos naturais. A realidade é uma composição de perspectivas que se entrelaçam de forma global e ela se relaciona com um pensamento complexo[5]. Logo, se continuarmos a ensinar Bhaskara somente como uma fórmula para calcular raízes de equações do 2º grau sem indicar a presença dessas mesmas equações no nosso cotidiano, as indagações sobre sua finalidade permanecem.

Já o segundo viés, é o foco excessivo sob a ótica utilitária com a Matemática funcional. Desse modo, não é incluída uma abordagem no aspecto criativo e cultural na relação entre Matemática e Arte, por exemplo. Em contrapartida, não se pode apenas tecer críticas rigorosas no que se refere ao *status quo* da Educação Matemática no Brasil. As mudanças pouco a pouco estão acontecendo, pois basta comparar os mais recentes materiais e referências curriculares que já vêm se reinventando.

No caso do Currículo de Pernambuco, o qual é o principal documento norteador utilizado nas escolas estaduais, já se encontram presentes temas transversais[6] por meio dos Itinerários Formativos oferecidos nas disciplinas denominadas Optativas. A matriz de referência curricular em questão foi influenciada pela abordagem do Novo Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017) e se baseia

---

[4] Em referência à filosofia de René Descartes (1596 – 1650) que se baseia na redução do todo a partes isoladas e separadas.

[5] Conceito teorizado por Edgar Morin (2015) que aborda a realidade a partir da conexão entre as partes sem reduzi-las e separá-las. Reconhece que qualquer conhecimento é inacabado e incompleto, passíveis a questionamentos e reformulações.

[6] Segundo o Ministério da Educação (MEC), são conteúdos que se aproximam da realidade dos estudantes, pois atravessam áreas do conhecimento, ou seja, são temas em comum e que não pertencem a uma única disciplina em particular.

majoritariamente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Além disso, ela também incorpora elementos de outros documentos, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e as Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCNEB).

Figura 1 – Organizador Curricular de Matemática

MATEMÁTICA		
3º ANO		
HABILIDADES DA ÁREA BNCC	**HABILIDADES ESPECÍFICAS DO COMPONENTE**	**OBJETOS DO CONHECIMENTO**
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.	**(EM13MAT306PE22)** Resolver e elaborar situações-problema, envolvendo as funções seno e cosseno, comparando com contextos diversos de fenômenos cíclicos e periódicos como, por exemplo, o estudo de ondas sonoras, com e/ou sem uso de softwares de álgebra e geometria.	Funções seno e cosseno.

Fonte: Governo do Estado de Pernambuco, 2020.

O Currículo de Pernambuco demonstra interesse particular no que concerne às recentes tendências pedagógicas na Educação Matemática quando lança luz sobre os conceitos de Etnomatemática, História da Matemática, modelagem matemática, softwares matemáticos, etc. Adicionalmente, o Currículo recomenda que professores diversifiquem as abordagens didáticas através desses recursos e promovam “criativa articulação entre elas”. Então, apesar dos percalços e polêmicas, uma ligeira mudança já está em curso. Entretanto, a constante avaliação do rendimento da comunidade escolar associada às adequações desses recursos de referência curricular é um processo indiscutivelmente necessário.

Por conseguinte, uma maneira prática de possibilitar a transição do estágio conceitual, que envolve a articulação entre os conteúdos e as abordagens de ensino, para o estágio tangível é incorporar a sequência didática como uma ferramenta pedagógica durante o processo de planejamento das aulas. Segundo Zabala (1998, p. 20), uma sequência didática[7] é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”.

Seja qual for o âmbito de ensino em seus respectivos níveis de escolaridade, existe um sequenciamento usual de atividades a serem executadas. Inicialmente, as aulas são ministradas a fim de apresentar o conteúdo a ser estudado durante um

[7] Posteriormente também será mencionada como SD.

determinado intervalo de tempo. Assim que os conhecimentos prévios necessários são vistos durante essas aulas, vem a parte de experimentos com os exemplos e/ou exercícios. Por fim, após toda a parte expositiva e prática, vem a última parte com a verificação de aprendizagem, também chamada de prova ou avaliação. E, independente se é um modelo didático tradicional ou progressista, é indispensável que existam esses três momentos durante o cronograma de qualquer que seja a disciplina. Então, o que faz com os modelos de ensino se diferenciem entre si são as maneiras com que essas atividades são apresentadas e divididas.

Sabe-se que as disciplinas escolares são vistas sob uma certa ordem (crono)lógica ou que, no mínimo, façam algum sentido ao menos para quem está ensinando. Existe uma compreensão da necessidade de uma organização dos conteúdos de tal forma que ao menos os conceitos da área de conhecimento se relacionem entre si. Se adotamos o enfoque globalizador e o pensamento complexo, devemos também levar em consideração quais conteúdos serão relevantes para que os estudantes desenvolvam habilidades e competências para perceber a realidade que é expressa de forma global.

Isso significa que uma SD deve se adaptar às necessidades dos educandos e certos questionamentos na hora de planejá-la são um valioso auxílio. Durante o planejamento, fazer perguntas como: Existem atividades na sequência didática que possibilitam uma avaliação diagnóstica prévia? Existem atividades que são propostas a fim de trazer uma aprendizagem significativa e funcional? As atividades são formuladas a partir de desafios alcançáveis? Elas são motivadoras e estimulam a autoestima dos estudantes? Existem momentos em que será possível avaliar o processo de aprendizagem? A SD promove a autonomia dos alunos por meio das habilidades e competências a serem adquiridas?

Dessa maneira, convém algumas reflexões ao articular a ordem das atividades. Também, após as devidas investigações, notar que haverá a necessidade de diversificação de estratégias, qualquer que seja a SD. A plasticidade deve ser uma comportamento inerente ao educador, pois o planejamento das aulas deve se adequar às demandas de cada sala de aula. Os estudantes precisam estar cientes dos objetivos de cada uma das atividades para que vejam sentido no que estão fazendo durante o período estipulado para a sequência didática. Assim, será mais simples de enxergar as etapas durante a construção do conhecimento.

Um recurso de ensino bastante útil e que pode ser incluído em uma sequência didática é a modelagem matemática. De acordo com D'Ambrosio (1986): "Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial." Em outras palavras, a modelagem matemática é uma poderosa ferramenta que permite descrever, analisar e prever o comportamento de sistemas complexos presentes no cotidiano e que, geralmente, não podem ser explicados trivialmente. Novamente, se retomarmos o conceito do pensamento complexo, essa é uma metodologia que se mostra eficaz para a compreensão de situações-problemas através da visualização de fenômenos naturais, sociais e econômicos. Em suma, é tal qual a analogia que trazem Biembengut e Hein (2005, p.12): "Genericamente, pode-se dizer que matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é um meio de fazê-los interagir."

Além disso, nota-se a possibilidade da utilização desse recurso para a preparação dos educandos para o exercício pleno da cidadania como elucida Bassanezi (2002) ao dizer que "(...) é necessário a aquisição de alguma capacidade de analisar e interpretar dados estatísticos, ter noções de economia e saber resolver situações de conflitos e tomar decisões." E, como a modelagem matemática contempla o ato de manejar situações reais, o desenvolvimento dessa habilidade do pensamento não só crítico, mas também matemático é passível de ser alcançado.

Em suma, o uso da modelagem preenche as diversas lacunas que dificultam o ensino-aprendizagem em Matemática. Ao relacionar conceitos teóricos e problemáticas do dia a dia, essa estratégia didática promove a consciência cidadã dos estudantes quando em sala de aula ao se depararem com os desafios cotidianos em que se faz necessário discutir ideias e checar informações para solucionar problemas. E, dessa forma, é possível suprir a carência na Educação Matemática como indicado por Sadovsky (2007).

No caso do ensino de tópicos em Trigonometria, tais conteúdos podem ser desafiadores para educandos, principalmente quando não conseguem enxergar esses conceitos com sua vida para além da Escola. Ao usar o contexto das fases lunares e sua influência nas tábuas de marés, o ensino das funções periódicas trigonométricas proporciona uma aproximação entre a Matemática e as vivências nas áreas litorâneas. Conjuntamente, é uma forma pertinente de utilizar a modelagem matemática como abordagem didática, pois, uma vez aprendidos os conhecimentos prévios, é possível que os estudantes modelem o comportamento desse fenômeno físico e ambiental que estão cotidianamente habituados. Essa forma de abordar a Matemática como disciplina escolar distancia-se da multidisciplinaridade usual que está muitas vezes presente no ensino básico.

A partir da interdisciplinaridade, a qual tem se destacado como uma abordagem fundamental para enfrentar os desafios da educação contemporânea, há certa afinidade com o mundo real ao interconectar problemas e questões enfrentadas pela sociedade. Dessa maneira, esse é um modo capaz de proporcionar ferramentas conceituais e práticas que podem ser aplicadas em diversas áreas do conhecimento e da vida cotidiana. Isto é, uma aprendizagem com sentido e significado.

E, não há dúvidas de que o(a) educador(a) matemático que quer fazer uma mudança significativa em sua prática pedagógica leva em consideração a democratização da Matemática. Seja por dicas (bizus) ou linguagem mais acessível, o objetivo é a naturalidade do exercício do pensamento matemático como Paulo Freire cita em uma entrevista feita durante o VIII Congresso Internacional de Educação Matemática, em 1996. Freire (1996) faz um apelo para que nós, professores e professoras de Matemática, despertemos os matemáticos e matemáticas adormecidos que estão presentes em cada um dos educandos dentro das salas de aulas. Ele aponta uma interessante reflexão a respeito da "naturalidade do exercício da Matemática" ao dizer que antes de aprendermos a realizar uma operação de multiplicação, utilizamos o pensamento matemático todos os dias de forma intrínseca. Ele usa um exemplo genérico em que, assim que acorda, uma pessoa já sabe se acordou mais cedo ou tarde, a quantidade de tempo disponível para tomar o café da manhã, a previsão em que chegará ao seu local de trabalho, etc. E, por fim, Freire (1996) acrescenta que todos nós temos o nosso lado matemático. Uns o despertam, mas outros permanecem em um estado letárgico.

Vejamos que esse discurso não se trata de uma tese inconsistente. Se retomarmos o uso da modelagem matemática para o ensino de tópicos em Trigonometria com a contextualização das fases lunares e tábuas de marés, vejamos que o pensamento matemático está tão próximo aos estudantes das zonas costeiras que parece banal de tão recorrente. A proposta não é extinguir tendência de ensino A ou B, mas perceber que o desafio não é só como ensinar, mas também como aproximar o objeto de ensino dos aprendizes. Pois, perpetua-se que a

Matemática é importante para a vida em sociedade, mas, ano após ano, essa concepção é passada adiante como um axioma.

Todavia, quando se questiona o porquê dessa relevância, sempre há pelo menos uma opinião equivocada associada a mitos ou crenças falaciosas. Infelizmente, a disciplina é metaforicamente posta sobre um altar sagrado e os aptos a estarem próximos são apenas os sacerdotes assim como são realizados os rituais litúrgicos. Como cita Paulo Freire (1996): “(...) na minha geração de brasileiras e brasileiros lá no Nordeste, quando a gente falava em matemática, era um negócio para deuses ou gênios.”

Mais uma vez comprovando que, sistematicamente, a Matemática nem sempre é ensinada de forma a expandir horizontes. Por exemplo, é essencial que um vendedor do varejo saiba fazer operações de aritmética básica. Contudo, geralmente, isso basta para que seu empregador esteja satisfeito. Ou seja, limita-se a Matemática como ferramenta para a cadeia produtiva, pois ela como ferramenta de exercício pleno da cidadania é praticamente inacessível para estes que produzem. E, infelizmente, quantas mentes criativamente matemáticas não se perdem ao decorrer dos anos escolares?

Portanto, é imprescindível que a modelagem seja considerada no ensino da Matemática, em especial, nas escolas públicas brasileiras. O seu uso, como acrescenta Bassanezi (2002), “valoriza o saber-fazer” e permite que os educandos se apropriem da habilidade de construção de modelos a partir de contextos mais familiares.

3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA: UMA PROPOSTA

A ideia desta sequência didática veio da necessidade de propor uma alternativa para o ensino de tópicos da Trigonometria – em especial, a função trigonométrica seno – de maneira que o conteúdo fizesse sentido ou tivesse algum significado para o(a) educando(a). Além disso, a sequência proposta neste trabalho pode ser vista como algo que pode ser aprofundado como um projeto mais detalhado e trabalhado em um período de tempo maior.

O objetivo principal foi propor uma sequência didática que aproxime a Matemática dos estudantes de zonas costeiras de uma maneira que eles possam perceber a realidade que os cerca e ter a oportunidade de escolha. Isto é, mostrar outras perspectivas, sob a ótica da Educação, em que eles possam ter o direito de escolher qual caminho seguir, apesar de que, frequentemente, esse direito lhes é negado.

A escolha da temática se deu a partir de uma problemática encontrada nas atividades interdisciplinares dos momentos de Tempo Comunidade da Educação de Jovens e Adultos do Campo (EJA Campo). Essas atividades são destinadas a promover a integração dos estudantes com a comunidade local, por meio de atividades que envolvam a realidade e os saberes dos diferentes grupos sociais.

No entanto, até meados de 2021, não havia registros de trabalhos voltados para os grupos de estudantes ribeirinhos e pescadores artesanais. Esses grupos representam uma parcela significativa da população rural brasileira, mas são frequentemente marginalizados e invisibilizados. Por exemplo, no distrito escolhido para aplicação da sequência didática, vem ocorrendo um processo silencioso de gentrificação por conta da expansão turística.

Além disso, devido à desvalorização dos trabalhadores da pesca artesanal, muitas dessas pessoas recorrem a outras atividades econômicas da região e retornando à pesca somente quando encontram-se em situação de desemprego. Elas têm a consciência de que o trabalho que fazem não é respeitado como deveria, principalmente por não existir retorno financeiro digno. Dessa forma, uma parte dessa população de pescadores extrativistas recorrem à educação formal para obter mobilidade social, isto é, alcançar o desenvolvimento socioeconômico pessoal. Logo, nota-se que há um estigma social entre os próprios nativos no sentido de que, para conquistar a prosperidade pessoal, é preciso superar a pesca. Ou seja, a ausência de representatividade desses grupos nas atividades escolares, em particular da EJA Campo, contribui para a manutenção da invisibilidade e das desigualdades no contexto litorâneo. Além disso, também limita as oportunidades de aprendizagem e desenvolvimento desses estudantes na microeconomia da localidade.

A carência de projetos envolvendo a disciplina de Matemática também tange o subdesenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de resolução de problemas. O estigma desafiador da Matemática, por ser uma área de conhecimento difícil e abstrata, já desencoraja os estudantes mais privilegiados e é ainda mais desafiadora para aqueles que vêm de contextos de vulnerabilidade social. Logo, a prosposta foi pensada a fim de contribuir para a mitigação dessas problemáticas e abertura do debate em relação à qualidade da educação oferecida aos estudantes ribeirinhos e pescadores artesanais. Assim como, contribuir para a promoção da inclusão e da equidade socioeducacional nesse mesmo contexto.

Por conseguinte, o conceito por trás da proposta se relaciona com a intenção de aproximar a Matemática da realidade dos estudantes de zonas costeiras. Apesar de não ter sido aplicada na turma da EJA Campo, ainda sim havia as mesmas questões e contextos socioeconômicos. Nesse sentido, a ideia foi relacionar as funções periódicas, a partir dos tópicos da Trigonometria, com as vivências da pesca e conhecimentos populares.

O primeiro esboço foi feito a partir do seguinte planejamento: diagnóstico inicial para avaliação da familiaridade com os pré-requisitos, (re)introdução de pré-requisitos, conceitos de periodicidade e funções trigonométricas periódicas, atividade de modelagem e diagnóstico final. O estágio seguinte se deu na construção do arcabouço que se tornou a sequência didática de referência durante a aplicação na Escola pública localizada no distrito litorâneo de Igarassu, formada majoritariamente por estudantes oriundos de famílias de pescadores e/ou marisqueiras. As aulas foram divididas em quatro etapas fazendo referência às fases da Lua. Ou seja, Etapa I (Lua Minguante), Etapa II (Lua Nova), Etapa III (Lua Crescente) e Etapa IV (Lua Cheia). O conceito das fases da Lua e as etapas da sequência didática podem ser explicados no sentido de que da Etapa I a Etapa II, a turma será (re)introduzida a conceitos e saberes que podem ser conhecidos plenamente ou até mesmo ter um certo equívoco. Assim, esses se adequam a fim de que os educandos estejam aptos a compreender os tópicos que virão a seguir na Etapa III (Lua Crescente). Nessa etapa, conteúdos novos são apresentados para se chegar ao ápice que é a Etapa IV (Lua Cheia) e finalizar com a culminância a partir dos relatos dos estudantes.

Durante o processo de (re)construção do conhecimento, são propostas diversas atividades para serem desenvolvidas em grupo ou pequenos grupos e são elas as Atividades Coletivas I, II, III, IV e V. Esses momentos foram idealizados para que os estudantes possam interagir entre si e ficar mais confortáveis, uma vez que é recorrente a insegurança dos alunos diante dos educadores.

3.1 ETAPA I (LUA MINGUANTE)

Na primeira etapa, foram estabelecidos os conteúdos necessários para alcançar a compreensão acerca das funções periódicas. A partir da motivação, isto é, o estudo contextualizado das funções periódicas através das fases lunares e as tábuas das marés, os assuntos foram divididos em quatro aulas. O conteúdo geral da primeira aula é Introdução à Trigonometria o qual é subdividido em conteúdos mais específicos, sendo eles: Ângulos, Triângulos e Cevianas. A segunda aula segue com A Trigonometria no Triângulo Retângulo com as subdivisões: Semelhanças de Triângulos, o Teorema de Pitágoras e Razões Trigonométricas. Depois, na terceira aula, A Transição do Triângulo Retângulo para o Círculo Trigonométrico subdividido em Razões Trigonométricas no Círculo Trigonométrico e sua periodicidade. E a quarta aula finaliza a Etapa I com A Trigonometria no Círculo Trigonométrico e no Plano Cartesiano com as Funções Seno e Cosseno.

As aulas têm um modelo pré-definido com início, desenvolvimento e conclusão. O ínicio introduz um contexto aos conceitos que virão por meio do desenvolvimento e que são concluídos com uma atividade coletiva. As atividades propostas tiveram como base as temáticas das fases lunares e das tábuas de marés. E quando não havia a possibilidade de indicar uma conexão direta, foram utilizados os temas auxiliares. Em relação à carga horária, foram estipuladas 4 a 5 aulas de 40 minutos cada para a execução das atividades propostas na Etapa I. Lembrando que é importante que o educador faça uma avaliação diagnóstica prévia para distribuir as aulas da forma que seja mais adequada para a turma e que a avaliação permaneça contínua para que ajustes sejam feitos com base nas reações e no desenvolvimento dos discentes em questão.

Por fim, vale citar que neste momento inicial será requerida uma certa tenacidade do professor, uma vez que é o começo de toda uma jornada e, inevitavelmente, a parte mais conteudista dela. Como o objetivo dessa fase é revisar, será comum que alguns dos estudantes não engajem da forma esperada por parte do docente. Dessa forma, uma das saídas é o apelo lúdico. Isso quer dizer que incluir jogos ou atividades em grupo a fim de incentivar a autonomia dos alunos podem deixar o processo menos enfadonho.

3.1.1 Aula I

São sugeridos três apêndices para a Aula I: Questionário de Prelúdio (Apêndice A), Texto de Contextualização I (Apêndice B) e Atividade Coletiva I (Apêndice C).

O Questionário de Prelúdio tem oito questões e essa é uma ferramenta que ajuda a conhecer melhor os estudantes e suas perspectivas sobre a Matemática. As perguntas são abertas e permitem que os estudantes respondam de forma pessoal e reflexiva. A ênfase em “Não sinta vergonha de responder as perguntas com suas palavras. Sinta-se à vontade para responder da forma que desejar” logo após o título incentiva a autoestima deles e é a “força externa” capaz de tirá-los da inércia. As perguntas ajudam a identificar os interesses dos estudantes, seus conhecimentos matemáticos prévios e suas percepções sobre a relação entre a Matemática e o mundo real. A intenção é perceber o contexto em que estão inseridos, pois as respostas a essas perguntas podem ajudar os professores a planejar atividades e materiais de ensino que sejam relevantes e significativos para os estudantes.

O Texto para Contextualização I “As fases da Lua e suas consequências na Vida: da antiguidade aos tempos de hoje” em que, como fica evidente, é abordada a influência da Lua na humanidade desde a antiguidade até os dias atuais. Nos primeiros parágrafos, é exposto que a Lua era cultuada por muitas culturas como uma divindade feminina, protetora da fertilidade e da maternidade. Na civilização maia, por exemplo, a Lua era considerada a deusa Ixchel. Por conseguinte, há que esse satélite natural também foi de grande importância para o desenvolvimento da astronomia e da navegação. Os maias, por exemplo, mapearam o seu movimento com extrema precisão, o que lhes permitiu desenvolver o calendário lunar próprio dessa sociedade. Já no século XX, houve a primeira vez em que houve uma visita graças à sonda espacial soviética Luna 2, em 1959. Em seguida, os astronautas Neil Armstrong e Buzz Aldrin se tornaram os primeiros humanos a pisar na superfície da Lua. Essa superfície, que é coberta de crateras formadas por impactos de meteoros, caracteriza o único satélite natural da Terra o qual também é o astro mais brilhante do céu noturno. A Lua exerce uma forte influência sobre as marés na Terra por meio da força gravitacional que puxa a água dos oceanos terrestres, causando as marés altas e baixas. Ela também pode influenciar indiretamente a pesca, a agricultura e até mesmo as guerras. Por fim, o texto termina com uma pergunta ao leitor: "E você? Já parou para pensar na influência da Lua em sua vida?". Por fim, o texto termina com uma pergunta ao leitor: "E você? Já parou para pensar na influência da Lua em sua vida?".

Essas indagações convidam os discentes a refletirem não apenas sobre a Matemática e a Ciência, mas também sobre a conexão entre o conhecimento e a realidade que nos cerca. Ela nos lembra que a Matemática está presente em todos os aspectos de nossas vidas, até mesmo nas fases lunares e nas marés que moldam os ambientes costeiros. Ao nos desafiarmos a considerar essa influência, abrimos portas para uma compreensão mais profunda do mundo e para a valorização do pensamento crítico matemático como uma ferramenta poderosa que pode nos ajudar a decifrar os fenômenos da natureza e a construir um futuro mais consciente e participativo. São perguntas que nos convidam a olhar para o céu, mas também a olhar para dentro de nós mesmos enquanto sociedade e explorar o vasto Universo do conhecimento que a Matemática oferece.

Seguindo com o desenvolvimento em direção da conclusão da Aula I, tem-se a Atividade Coletiva I. Na parte inicial, há a figura a qual exibe as fases da Lua vistas do ponto de vista de um observador fora da superfície terrestre, diretamente do espaço. Assim, além das fases Nova, Quarto Crescente, Cheia e Quarto Minguante, a imagem mostra o movimento de rotação da Terra e a luz solar. Nos itens sucessivos, se apresentam alguns exercícios relacionados aos conhecimentos matemáticos de Ângulos contextualizados com o ângulo denominado Sol-Lua-Terra e as fases da Lua.

A indicação é que o Questionário de Prelúdio seja apresentado antes do Texto de Contextualização I, pois os alunos mais astutos podem procurar as respostas para as perguntas propostas no texto desse último apêndice citado. E, dessa forma, a reflexão espontânea pode ser afetada pelo hábito de buscar respostas prontas. É importante que as perguntas induzam o estudante a um processo reflexivo, saindo da inércia de uma passividade usual e que o motive a ter autonomia através da autoestima trabalhada paulatinamente durante o desenvolvimento das aulas. Durante a leitura do Texto de Contextualização I, é válido utilizar-se de alguma dinâmica que permita que os estudantes leiam e façam pausas para comentários entre os parágrafos.

3.1.2 Aula II

São sugeridos quatro apêndices para a Aula II: Texto de Contextualização II (Apêndice D), Atividade Coletiva II (Apêndice E), Atividade Coletiva III (Apêndice F) e a Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” (Apêndice G).

O Texto de Contextualização II cujo o título é “Aristarco quer ir à Lua: o uso dos Ângulos e Triângulos na estimativa da distância da Terra à Lua” aborda a primeira tentativa conhecida de medir a distância entre a Terra e o Sol realizada por Aristarco de Samos em 280 a.C. Ele observou a Lua em quarto crescente e o pôr do Sol ao mesmo tempo e, a partir da separação angular entre os dois, Aristarco calculou que a distância entre a Terra e o Sol era de 7,3 milhões de quilômetros. Todavia, o erro de Aristarco se deveu a duas falhas em seu método: assumir que a distância Lua-Terra é fixa (órbita circular, ao invés da elíptica) e o uso de seu próprio polegar para cobrir a Lua a partir do seu ângulo de visão. Por outro lado, ainda assim, Aristarco de Samos contribuiu para um importante avanço na Astronomia, pois foi a primeira vez que alguém tentou medir a distância entre a Terra e o Sol de forma científica. Uma vez que houve esse esboço inicial do fenômeno, outros astrônomos puderam dar sequência ao estudo da situação-problema e, eventualmente, levou ao desenvolvimento de métodos para que os cálculos pudessem ser aprimorados ao decorrer do tempo em busca de mais precisão, incluindo a medição da distância entre os planetas.

Após a leitura do Texto de Contextualização II, é sugerida a Atividade Coletiva II que utiliza o contexto de Aristarco de Samos e seus cálculos estimativos para encontrar a distância Terra-Lua. A atividade permite reconhecer ângulos e triângulos, nomeá-los e aplicar o Teorema de Pitágoras através do terno pitagórico primitivo 3-4-5. Já na Atividade Coletiva III, é elucidado o conteúdo de Semelhança de Triângulos com um tema auxiliar. Dessa vez, é utilizada as posições relativas entre Lua, Terra e Sol para que as Razões, em particular as Trigonométricas, também sejam trabalhadas com a turma. No final dessa última atividade citada, uma atividade de pesquisa é proposta e consiste em consultar quais são os raios da Lua, Terra e Sol a fim de calcular de forma realista as distâncias conceituadas durante a Atividade Coletiva III. Em seguida, é indicado que os resultados sejam compartilhados na aula seguinte, ou melhor dizendo, na Aula III.

Adicionalmente, a Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” é uma atividade em que os estudantes são incentivados a observar e registrar manualmente as fases lunares durante 30 dias. Essa atividade foi apresentada nesse momento, na Aula II, dentro da sequência didática para facilitar no sentido de evitar o acúmulo de material físico na Aula I. Mas cabe ao professor julgar qual a melhor ordem de apresentação e não impede que a Atividade de Observação seja apresentada em outros formatos.

Outro aspecto que é pertinente ser lançado luz é o enfoque criativo e interdisciplinar[8]. Visto que o título da Atividade de Observação faz referência à célebre canção de Luiz Gonzaga, é possível despertar o interesse dos alunos para a escrita mediante poesias relacionadas ao apelo poético da Lua, assim como o lado artístico por meio de desenhos, colagens, etc. O projeto pode ser expandido no aspecto transdisciplinar[9] com a articulação de outros professores das demais áreas de conhecimento (Ciências da Natureza, Ciências Humanas e Linguagens) para que seja trabalhada a temática fundamentada, no caso das escolas estaduais, no Currículo de Pernambuco sob a ótica dos Itinerários Formativos com a participação de toda a comunidade escolar em termos de Tempo Comunidade.

3.1.3 Aula III

São sugeridos dois apêndices para a Aula III: Texto de Contextualização III (Apêndice H) e a Atividade Coletiva IV (Apêndice I).

O Texto de Contextualização III tem o título de “Assim como as ondas do Mar...". Esse último texto é o mais breve e sua intenção é conceituar os termos Periodicidade e Periódico para facilitar a compreensão do conteúdo principal da Aula III que é dado pelas Razões Trigonométricas no Círculo Trigonométrico e sua periodicidade.

---

[8] Interdisciplinaridade, segundo Hilton Japiassu (1976), é o terceiro nível de interação entre disciplinas (o primeiro e o segundo são multi e pluridisciplinaridade, respectivamente) em que sua característica principal é a presença de uma axiomática comum a um grupo de disciplinas conexas e definida no nível hierárquico imediatamente superior,o que introduz a noção de finalidade.

[9] Também, de acordo com Japiassu (1976), a transdisciplinaridade é representada por um nível de integração disciplinar além da interdisciplinaridade. Trata-se da proposta de coordenação de todas as disciplinas e interdisciplinas do sistema de ensino inovado, sobre a base de uma axiomática geral.

Em seguida, a Atividade Coletiva IV trata do seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis 30º, 45º e 60º e como encontrá-los a partir dos triângulos retângulo e isósceles. Concomitantemente, tem-se a relação dos conceitos anteriores com o círculo trigonométrico. E a atividade é finalizada com um exercício de verificação, também conhecido na Matemática como “Verifique!”, em que é pedido que seja comprovado que os lados dos triângulos retângulo e isósceles iniciais são realmente dados.

Percebe-se que a Aula III é sugestivamente mais “leve”. No entanto, é possível remanejar a Atividade Coletiva III da Aula II para esse momento. Lembrando que o último item da atividade citada é uma pesquisa extraclasse, logo, sugere-se que esse item não seja protelado para a Aula III. Mas seja adicionado no final da Atividade Coletiva II da Aula II para que seja debatido na aula seguinte identificada como Aula III.

3.1.4 Aula IV

Finalizando a Etapa I (Lua Minguante), é sugerido apenas um apêndice para a Aula IV: a Atividade Coletiva V (Apêndice J). Nesse momento, é vista a representação gráfica das funções seno e cosseno continuando o assunto de Razões Trigonométricas da aula anterior. Utilizando a malha quadriculada, os estudantes podem representar as funções e, dependendo da faixa etária, o professor pode incentivá-los a elaborar as curvas com canetas coloridas. Nesse mesmo sentido, caso não seja possível utilizar o software GeoGebra, as variações nos parâmetros que serão melhor descritos na Etapa II, podem ser mais facilmente visualizadas com o auxílio das cores por meio das canetas.

3.2 ETAPA II (LUA NOVA)

Na segunda fase, a Etapa II é a fase dada pela retomada de um dos principais conceitos: a periodicidade. Para compreender o funcionamento das funções seno e cosseno, a periodicidade deve ser definida a fim que esteja bem claro para que os estudantes percebam as nuances durante o estudo das funções trigonométricas citadas previamente. Ao mesmo passo que inicia-se o estudo investigativo dos parâmetros $a,\ b,\ c$ e d nos gráficos dessas funções quando definidas por $f(x) = a + b \cdot sen(c \cdot x + d)$ ou $f(x) = a + b \cdot cos(c \cdot x + d)$. A Etapa II, após uma previsão de duas a três aulas de 40 minutos cada, é concluída com a aplicação prática desse estudo investigativo a partir da Atividade de Modelagem (Apêndice K) de um caso dado. Essa última atividade pode ser abordada com o apelo mais colaborativo, por exemplo, por meio de um momento investigativo em grupos.

É importante destacar que esses parâmetros influenciam o comportamento das funções seno e cosseno e o conhecimento desses parâmetros é uma ferramenta valiosa para as modelagens. Cabe elucidar que o parâmetro a está relacionado ao deslocamento vertical do gráfico, o parâmetro b controla a amplitude da função, o parâmetro c está associado à frequência ou período $T = \frac{2\pi}{c}$ da função e o parâmetro d representa o deslocamento horizontal do gráfico. Logo, compreendê-los será de grande ajuda na Atividade de Modelagem (Apêndice K).

3.3 ETAPA III (LUA CRESCENTE)

Na Etapa III, é sugerida a oficina de modelagem com a altura das marés e sua relação com as fases lunares a partir da Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” da Aula II. Esse momento é a reformatação da Atividade de Modelagem vista anteriormente na Etapa II. O tempo estimado para essa fase é de duas a três aulas de 40 minutos. Após a verificação diagnóstica dos pré-requisitos, apresentação dos conceitos necessários e introdução ao uso de modelos na Matemática, é uma atividade voltada para a modelagem matemática que tem como objetivo rever toda a teoria vista anteriormente e sistematizar todo o conhecimento que foi construído ao longo da sequência didática.

Os objetivos principais são: Encontrar coletivamente uma função senoide que traduza a altura da maré relacionada com as fases lunares observadas pelos estudantes em um determinado tempo. Utilizar um calendário, a Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” (Apêndice G) e o site da Marinha do Brasil o qual possui informações a respeito das alturas das marés em determinadas horas. Descobrir os parâmetros ($a,\ b,\ c$ e d) para calcular período, amplitude, ponto médio, etc, para a modelagem do gráfico da senoide.

Logo, a atividade sugerida para a Etapa III é uma aplicação concreta mais próxima da realidade dos estudantes usando o modelo de atividade sugerida para a Etapa II a partir dos dados coletados na Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” (Apêndice G) como foi mencionado nos tópicos acima descritos.

3.4 ETAPA IV (LUA CHEIA)

Por fim, a última fase vem com a Etapa IV que tem como referência ilustrativa a Lua Cheia. O tempo estimado é de apenas uma aula de 40 minutos para que seja aplicado o Questionário de Culminância (Apêndice L) abordando todo o processo das Etapas I a III em um momento o qual os estudantes possam expor suas opiniões. A sequência finaliza com o compartilhamento coletivo de opiniões e reflexões. Com o uso do questionário escrito, democratiza-se a coleta das informações porque torna-se possível que educandos mais introspectivos também comentem sem expor seus comentários para toda a turma.

3.5 UM RESUMO PRÁTICO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A seguir, é possível visualizar o modelo da sequência didática sistematizada e resumida de forma prática.

3.5.1 Etapa I (Lua Minguante)

Tempo estimado: 4 a 5 aulas (40 minutos/aula).

Na primeira etapa, iremos abordar a motivação – o estudo contextualizado das funções periódicas através das fases lunares e as tábuas das marés – e (re)introduzir os assuntos que são pré-requisitos para as funções periódicas. Os apêndices de cada aula deverão ser utilizados de forma flexível, seja por impressão do material ou através da escrita manual em lousa, a depender dos materiais de apoio disponíveis. Assim, sistematizamos os assuntos a serem abordados em cada aula da seguinte forma:

Aula I – Introdução à Trigonometria: Ângulos, Triângulos e Cevianas.	
Início	Introdução com o Questionário de Prelúdio (Apêndice A). Em seguida, a contextualização com o Texto de Contextualização I “As fases da Lua e suas consequências na Vida: da antiguidade aos tempos de hoje” (Apêndice B).
Desenvolvimento	(Re)introdução dos conceitos prévios: Ângulos (tipos), Triângulos (classificação quanto aos lados/ângulos e soma de seus ângulos internos), Cevianas e os Ângulos Notáveis a partir do Triângulo Equilátero e Retângulo.
Conclusão	Atividade coletiva I (Apêndice C). A entrega da Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” (Apêndice G), nesse momento, é opcional.

Aula II – A Trigonometria no Triângulo Retângulo: Semelhança de Triângulos, o Teorema de Pitágoras e Razões Trigonométricas.	
Início	Introdução com o Texto de Contextualização II de título “Aristarco quer ir à Lua: o uso dos Ângulos e Triângulos na estimativa da distância Terra-Lua” (Apêndice D).
Desenvolvimento	(Re)introdução dos conceitos prévios: Semelhanças de Triângulos (Teorema de Tales), Teorema de Pitágoras e as razões trigonométricas Seno e Cosseno.
Conclusão	Atividade coletiva II (Apêndice E). Nessa aula, a Atividade Coletiva III (Apêndice F) é opcional, enquanto a Atividade de Observação “Olha pro céu, meu amor!” (Apêndice G) já se torna obrigatória caso seja escolhida para ser aplicada na sequência didática.

Aula III – Transição do Triângulo Retângulo para o Círculo Trigonométrico: as Razões Trigonométricas no Círculo Trigonométrico e sua periodicidade.	
Início	Introdução com a contextualização do tema pelo Texto de Contextualização III de título “Assim como as ondas do Mar” (Apêndice H).
Desenvolvimento	(Re)introdução dos conceitos prévios: Círculo Trigonométrico, os Ângulos em Graus e Radianos no Círculo Trigonométrico, as Razões Seno e Cosseno no Círculo Trigonométrico e a Periodicidade no Círculo Trigonométrico.
Conclusão	Atividade Coletiva IV (Apêndice I).

Aula IV – A Trigonometria no Círculo Trigonométrico e no Plano Cartesiano: as Funções seno e cosseno.	
Início	Introdução com a retomada do conceito de Periodicidade visto no Texto de Contextualização III de título “Assim como as ondas do Mar” (Apêndice H).
Desenvolvimento	(Re)introdução dos conceitos prévios: Funções Seno e Cosseno. O gráfico das funções seno e cosseno.
Conclusão	Atividade Coletiva V (Apêndice J).

3.5.2 Etapa II (Lua Nova)

Tempo estimado: 2 a 3 aulas (40 minutos/aula)

Atividades a serem desenvolvidas: Abordagem do conceito da periodicidade das funções seno e cosseno. Estudo investigativo dos parâmetros $a,\ b,\ c$ e d nos gráficos das funções seno e cosseno quando definidas por

$f(x) = a + b \cdot sen(c \cdot x + d)$ e $f(x) = a + b \cdot cos(c \cdot x + d)$. Aplicação prática a partir da modelagem de um caso dado na Atividade de Modelagem (Apêndice K).

3.5.3 Etapa III (Lua Crescente)

Tempo estimado: 2 a 3 aulas (40 minutos/aula)

Oficina de modelagem "A altura das marés e sua relação com as fases lunares" reformulada a partir da Atividade de Modelagem (Apêndice K). As atividades a serem desenvolvidas são: encontrar coletivamente uma função senoide que traduza a altura da maré relacionada com as fases lunares observadas pelos estudantes em um determinado tempo, utilizar a Atividade de Observação "Olha pro céu, meu amor!" (Apêndice G), pesquisar no site da Marinha do Brasil as informações a respeito das alturas das marés nas horas previamente determinadas e descobrir os parâmetros (a, b, c e d) para calcular período, amplitude, ponto médio, etc, para a modelagem do gráfico da senoide.

3.5.4 Etapa IV (Lua Cheia)

Tempo estimado: 1 aula (40 minutos/aula)

A atividade de finalização da sequência didática é a aplicação do Questionário de Culminância (Apêndice L) abordando todo o processo das Etapas I a III para que estudantes possam expor suas opiniões e reflexões.

4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA NA PRÁTICA: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

A aplicação da sequência didática construída anteriormente foi realizada em parceria com um pequeno grupo de sete estudantes matriculados na 3ª série do Ensino Médio e o professor de Matemática de uma escola estadual localizada no distrito litorâneo do município de Igarassu, região metropolitana norte do Recife. O local foi particularmente escolhido por ser o ambiente propício para abordar o contexto trabalhado na SD. A intenção foi realizar um trabalho de experiências para observar como essa articulação de conteúdos seria recebida pelos estudantes.

Por isso, ao invés de realizar a experiência com todas as duas turmas do 3º ano, o professor de Matemática aconselhou reunir uma pequena amostra com alunos(as) das duas turmas. Sendo esses estudantes, os mais aplicados e responsáveis. Apesar disso, havia uma certa dificuldade e até aversão à disciplina. Porém, como já foi dito inicialmente na seção 2, o estudo não visava convencê-los a gostar de Matemática. A principal prioridade foi a escuta ativa ao invés da persuasão. A intenção dessa sequência sempre foi aproximar realidades, não impô-las. O objetivo é propor uma conexão entre a Matemática e os estudantes, de modo que existam condições necessárias de visualizar a realidade que os cerca e, ao mesmo tempo, ter a oportunidade de vislumbrar escolhas. Isto é, mostrar outras perspectivas, sob a ótica da Educação Matemática, em que eles possam ter o direito de escolher qual caminho seguir, quando, frequentemente, esse direito lhes é negado.

O desafio de cativar a atenção dos estudantes com o objetivo de motivá-los a estudar Matemática é notável. Em geral, não há uma curiosidade intrínseca que os motive a buscar compreender padrões ou explicações. Esse interesse parece ter se perdido ao longo do tempo e despertá-lo é uma tarefa difícil, mas não é impossível. Isso demanda perseverança e dedicação, mas os resultados positivos podem ser alcançados com o tempo e esforço contínuos.

Em relação à Escola onde a sequência didática foi aplicada, durante as primeiras visitas, o espaço físico foi observado e a comunidade escolar foi conhecida. Também, houve momentos de diálogos com os professores de diferentes áreas de conhecimento, membros da equipe da gestão, da biblioteca e outros funcionários. Em algumas outras ocasiões, aconteceram interações superficiais com estudantes de diferentes turmas do Ensino Fundamental (turno semi-integral matutino) e Médio (turno semi-integral vespertino). O propósito das visitas iniciais era a visualização da dinâmica da Instituição. Durante as últimas semanas de Junho de 2023, ocorreu o encontro em que foi possível dialogar com o professor de Matemática a respeito da proposta de aplicação da sequência didática. Posteriormente, o grupo que iniciaria os estudos no mês seguinte foi formado e apresentado. Os acontecimentos serão apresentados nas próximas subseções.

4.1 AS VIVÊNCIAS EM JULHO DE 2023

Os encontros iniciais foram realizados para sondagem. Foram apenas duas semanas com dois encontros cada e sempre no contraturno. Na primeira semana de Julho, foi aplicado o Questionário de Prelúdio[10] (Apêndice A) e houve a apresentação de como seriam as atividades e explicar a motivação do estudo. Como era a semana de avaliações antes do recesso escolar, optou-se por fazer uma avaliação diagnóstica oralmente e revisar tópicos mais gerais, como operações elementares da Matemática Básica. Assim, foi verificado quais assuntos da Etapa I seriam os que demandariam mais tempo para serem (re)introduzidos.

Ainda antes do recesso na escola, vimos os conceitos de Ângulos e Triângulos. Apesar de tomar como referência o livro de Geometria Euclidiana escrito por João Lucas Marques Barbosa, não foram usados os conceitos literais porque a linguagem teria que ser mais próxima do grupo. Porém, ao usar a linguagem clara, buscou-se evitar as imprecisões que pudessem distanciar a linguagem do conceito original. Depois de lermos o Texto de Contextualização I (Apêndice B) e realizarmos a Atividade Coletiva I (Apêndice C), foi entregue a Atividade de Observação (Apêndice G) e iniciou-se o período do recesso escolar.

Após o fim dessa pausa, retomamos na última semana de Julho. E era inevitável que esse longo período sem encontros não dificultasse a execução da SD. Nessa primeira fase, que é a mais conteudista, a falta de regularidade surtiu no “esquecimento” dos conceitos vistos anteriormente nessa primeira semana de Julho. Entretanto, por estar ciente dessa possibilidade, os ajustes necessários foram feitos para retomar o desenvolvimento das atividades.

Nesse primeiro mês, foi percebido que apesar de não ser uma atividade obrigatória, a forma como foi apresentado o objetivo de estudar esses tópicos em Trigonometria despertou a curiosidade de aprender. Notava-se a importância de cativar os educandos, mas a discussão do “educador amigo da turma” não será dada por não ser um dos focos deste trabalho. O que é preciso destacar é a existência da necessidade de tratar o estudante com respeito, ouví-lo, apresentar os conteúdos específicos com naturalidade, leveza, fazer do espaço de aprendizagem (ou sala de aula) um ambiente seguro que possibilite a autonomia e a autoestima do grupo. Uma vez que a aula no formato monólogo são as que geram mais polêmicas,

---

[10] A análise geral das respostas dos sete questionários aplicados será feita na subseção 4.2.2.

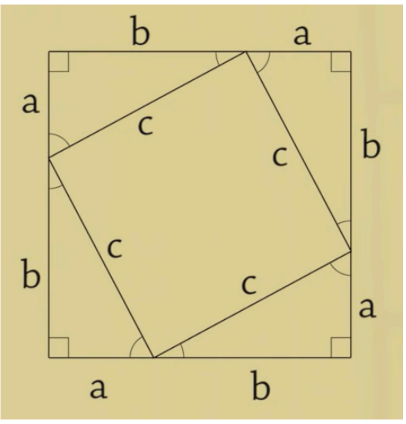
quando não são as mais problemáticas. É cansativo tanto para quem aprende quanto para quem ensina.

4.2 AS VIVÊNCIAS EM AGOSTO DE 2023

Esse foi oficialmente o início da sequência didática. Os primeiros encontros foram cansativos e até enfadonhos. Quando não havia barulhos externos na biblioteca, era perceptível que alguns estudantes estavam só em presença física. Era visível que em algum momento haviam se perdido durante a explicação dos conceitos ou de como a atividade ia ser feita. Nos primeiros 30 minutos havia uma certa concentração, depois era mais difícil reter a atenção do grupo. Assim, fazíamos uma pausa que coincidia com o intervalo do horário do semi-integral da manhã. Foi solicitado que trouxessem o material do primeiro encontro (Texto de Contextualização I e Atividade Coletiva I) para que pudéssemos rever e relembrar os primeiros passos dados. E, a partir daí, iniciamos os assuntos seguintes com o Texto de Contextualização II e a Atividade Coletiva II.

Nessa semana inicial, abordamos a demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando folhas de papel pontilhado e tesoura. A atividade foi recortar quatro triângulos congruentes de lados 9, 12 e 15. Ao dispor os quatro triângulos como na Figura 2 abaixo, fomos percebendo que, sendo a hipotenusa c e os catetos a e b, a área do quadrado maior é $(a + b)^2$.

Figura 2 – Configuração dos triângulos retângulos para a demonstração do Teorema de Pitágoras.



Fonte: Vídeo no Youtube[11]

[11] Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=EnF7uUwgbKg>. Acesso em: 7 de set. 2023.

Assim como a área dos quatro triângulos somada a área do quadrado no interior do quadrado maior é igual ao quadrado maior. E, assim, temos:

$$(a + b)^2 = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + c \cdot c \tag{1}$$

$$(a + b)^2 = 4 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + c^2 \tag{2}$$

Desenvolvendo o binômio do lado esquerdo da igualdade e isolando os quadrados de a e b, seguimos com:

$$a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = 2 \cdot a \cdot b + c^2 \tag{3}$$

$$a^2 + b^2 = 2 \cdot a \cdot b + c^2 - 2 \cdot a \cdot b \tag{4}$$

Utilizando as propriedades de comutatividade, associatividade e colocando o fator comum $a \cdot b$ em evidência, obtém-se:

$$a^2 + b^2 = c^2 + 2 \cdot a \cdot b - 2 \cdot a \cdot b \tag{5}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 + a \cdot b \cdot (2 - 2) \tag{6}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 + a \cdot b \cdot (0) \tag{7}$$

$$a^2 + b^2 = c^2 + 0 \tag{8}$$

Retomando que, por definição anterior, a hipotenusa é dada por c e os catetos por a e b, conclui-se que a soma do quadrado dos catetos a e b é igual ao quadrado da hipotenusa c. E é demonstrado, assim, o Teorema de Pitágoras.

$$a^2 + b^2 = c^2 \tag{9}$$

Essa atividade foi mais dinâmica por conta do manuseio dos papéis. Ao finalizar a prova do Teorema, todos ficaram surpresos. E, após os comentários mais gerais, foi pedido para que todos comentassem o que acharam mais interessante.

Entre os comentários, um que me chamou atenção foi sobre a forma em que a fórmula se mostra verdadeira e como foi construída, em outras palavras, o Teorema de Pitágoras tem uma construção que mostra que há uma explicação por trás. Não se trata apenas da soma do quadrado de dois números sendo equivalente ao quadrado de um terceiro número. Depois, fomos para a Atividade Coletiva II e finalizamos a segunda semana da SD.

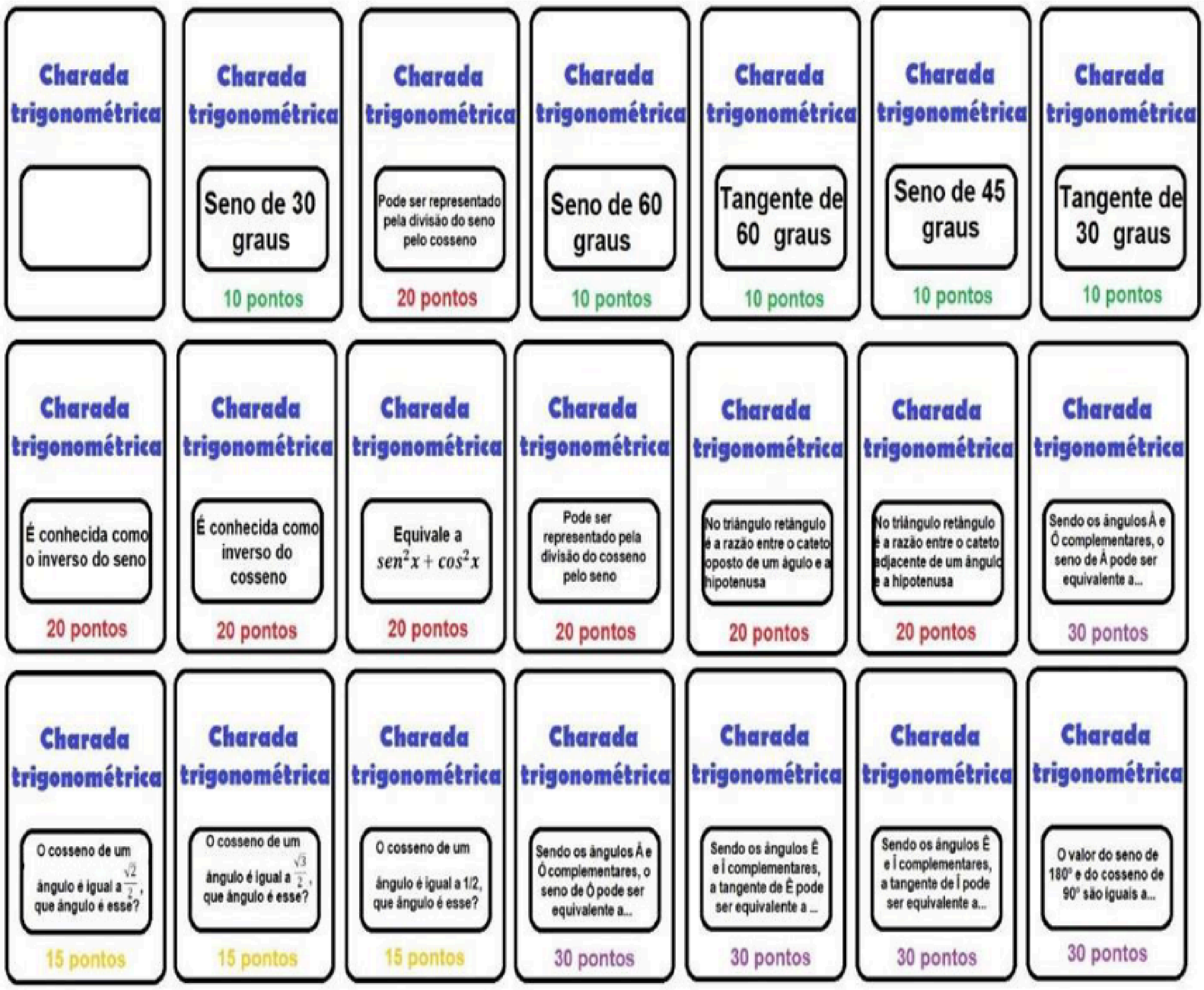
Na semana seguinte, já se percebia o absenteísmo de uns alunos. No início, havia a tentativa de organizar os encontros de modo que todos pudessem participar, mas nem todos podiam. Apesar das faltas serem justificadas, era preciso finalizar o estudo experimental. Assim, como o tempo era reduzido, foram agendados os encontros com os que podiam participar. Essa situação foi um desafio que fez a sequência didática ser reformatada em certas ocasiões que serão descritas nos próximos parágrafos. Durante esse processo, foram relembradas as perguntas que Zabala (1998) apresenta em sua obra. E se reelaboravam os questionamentos: “O que é viável ensinar? O que é pertinente ensinar?”. A partir disso, a articulação dos conteúdos teve que se adaptar com o intuito de chegar na modelagem da função seno da Atividade de Modelagem (Apêndice K).

Na terceira semana, chegou o momento de passar da Etapa I para a Etapa II. Assim, para descontrair o momento, depois de construirmos a famosa tabela dos seno, cosseno e tangente dos ângulos notáveis 30º, 45º e 60º com a Atividade Coletiva IV. A maioria conhecia uma famosa música cantada para recordar os valores numéricos das razões trigonométricas em questão. Apesar de compreender como foi feito o processo, eles diziam que a música era um método mais rápido.

De fato, quando se realiza uma avaliação ou prova que requer um determinado tempo, a música é uma opção. Por outro lado, saber como esse processo é feito também é importante. Para finalizar o encontro, foi proposto o jogo Charada Trigonométrica elaborado por Lívia de Alencar e Kawoana Soares[12]. Algumas cartas foram retiradas, pois eram de assuntos que não tinham sido abordados. Esse momento particularmente divertido por conta do clima de competitividade saudável.

[12] Encontra-se no Capítulo 4 do Livro Práticas Laboratoriais para o Ensino de Trigonometria: Sob o olhar de licenciandos em Matemática.

Figura 3 – Charada Trigonométrica



Fonte: Lívia de Alencar e Kawoana Soares, 2022.

A quarta e última semana foi o momento de concluir a aplicação da SD com a Atividade de Modelagem (Apêndice K). Antes de estudarmos os parâmetros a, b, c e d na função $f(x) = a + b \cdot sen\,(c \cdot x + d)$, realizamos a Atividade Coletiva V (Apêndice J) e o desenvolvimento da segunda parte foi bem entusiasmante. O esboço do gráfico da $f(x) = sen(x)$ e $f(x) = cos\,(x)$ foi bem dinâmico. Os estudantes menos assíduos ficaram empolgados com o processo de construção. Ao finalizar, ficavam alegres com o trabalho feito. Usamos marca-textos coloridos para deixar as curvas bem vibrantes e evidentes.

Figura 4 – Grupo durante atividades na biblioteca

Fonte: A autora, 2023.

Durante essa atividade, o *software* GeoGebra foi utilizado para reduzir o tempo de construção das funções após abordarmos os parâmetros a, b, c e d. Primeiro, estudamos cada parâmetro individualmente a partir da $f(x) = sen(x)$, depois fomos vendo o comportamento quando incluíamos os demais. E sempre usando a $f(x) = sen(x)$ como modelo de referência.

O parâmetro a está relacionado ao deslocamento vertical do gráfico. Um valor positivo de a desloca o gráfico para cima, enquanto um valor negativo de a o desloca para baixo. Isso significa que podemos posicionar a função em qualquer ponto verticalmente em relação ao eixo x.

O parâmetro b controla a amplitude da função. Quando $b > 1$, a amplitude é aumentada, “esticando” verticalmente o gráfico. Por outro lado, quando $b < 1$, a amplitude é reduzida, “comprimindo” verticalmente o gráfico. Se b é negativo, a função é refletida em relação ao eixo x.

O parâmetro c está associado à frequência ou período da função. O período T da função é dado por $T = \frac{2\pi}{c}$. Portanto, um valor maior de c encurta o período, resultando em mais oscilações no mesmo intervalo, o que significa que a função oscila mais rapidamente. Um valor menor de c estende o período, fazendo com que a função oscile mais lentamente.

O parâmetro d representa o deslocamento horizontal do gráfico. Um valor positivo de d desloca o gráfico para a direita, enquanto um valor negativo de d o desloca para a esquerda. Isso nos permite posicionar a função horizontalmente em relação ao eixo y.

Para a Atividade de Modelagem (Apêndice K), não foram feitas alterações. Uma vez que a Atividade de Observação (Apêndice G) ter sido realizada durante o recesso dos estudantes, o qual durou de 7 a 26 de Julho de 2023, nem todos se recordaram de fazer os devidos registros. Assim, foi utilizado o modelo da atividade como consta nos apêndices, sem quaisquer modificações ou adaptações extras.

Na última semana de Agosto de 2023, mais precisamente nos dias 29 e 31, a sequência didática foi se encaminhando para a sua conclusão. Na terça-feira, dia 29, foi realizada a atividade de observação[13] em parceira com o projeto Desvendando o Céu Austral vinculado ao Departamento de Física da Universidade Federal Rural de Pernambuco. Essa foi uma atividade que foi incluída na SD graças à diligência do professor Antonio Carlos Miranda e equipe. O momento foi acertado antes do início da aplicação da sequência didática e vale destacar que, devido a proposta da SD se voltar para o contexto das escolas públicas e de difícil acesso, a atividade não foi incluída previamente na Seção. E essa seria uma exemplificação que Zabala (1998, p.93) trata no capítulo 4 em “Planejamento e plasticidade na aplicação”. Em suma, a proposta deve ser “suficientemente elaborada”, mas igualmente “plástica e livre de rigidez”. A observação em parceria com o projeto foi o diferencial da aplicação da SD neste trabalho. Logo, cabe aos colegas da área definir qual será a atividade possível e que atenda aos interesses de ensino e da aprendizagem em seus respectivos locais de ensino.

---

[13] A observação lunar “Olha pro céu, meu amor!” em parceria com o projeto Desvendando o Céu Austral será melhor descrita na subseção 4.2.1.

4.2.1 Promovendo uma experiência celestial: "Olha pro céu, meu amor!"

No dia 29 de agosto, um dia antes do espetáculo da Superlua Azul, o projeto Desvendando o Céu Austral, sob a orientação do professor Antonio Carlos Miranda, proporcionou uma experiência que transcendeu os limites da sala de aula.

O projeto "Desvendando o Céu Austral" tem como objetivo promover a inclusão social por meio da educação científica e tecnológica, com foco na astronomia. Despertando o interesse para conhecer a história da Astronomia em Pernambuco e elevando a autoestima de professores e estudantes, o projeto oferece oficinas interativas, como montagem e lançamento de foguetes educativos, reconhecimento do céu a olho nu e com carta celeste, turismo astronômico, observações diurnas e noturnas com lunetas e telescópios, e a realização de um teatro científico.

Além de tudo disso, o projeto “Desvendando o Céu Austral” tem buscado integrar diversas instituições parceiras em âmbito federal, estadual e municipal, e envolver a comunidade estudantil da rede pública de ensino, assim como a população no entorno de escolas, universidades e espaços não formais de educação. E, dentro dos espaços da Universidade, engajar os universitários de vários cursos de licenciatura, por meio da promoção das temáticas contemporâneas e transversais para a formação de docentes.

A atividade de observação lunar foi realizada na escola onde a sequência didática foi aplicada, mas sua magnitude e alcance foram verdadeiramente cósmicos. A observação foi um dos diferenciais na aplicação das atividades para os estudantes do 3º ano que participaram do estudo. Ela se relacionou com os conteúdos das funções periódicas e dos tópicos da Trigonometria de forma mais lúdica a fim resgatar a curiosidade pela disciplina. E, sem dúvidas, a participação do projeto foi crucial nesse processo. E cabe frisar que esta emocionante atividade não se limitou ao pequeno grupo, mas envolveu toda a comunidade escolar presente na tarde do dia 29.

O evento começou com uma breve introdução à Escola, feita pelo coordenador pedagógico do turno da tarde, que contou as histórias do lugar e arredores. Em seguida, o professor Miranda e sua equipe, especialistas em astronomia e apaixonados pelo Universo, escolheram cuidadosamente o local ideal para observar a Lua. Embora a Lua não estivesse em sua fase cheia naquela noite, sua luminosidade e detalhes surpreendentes se tornaram visíveis à medida que a observação começava.

Figura 5 – Cartaz de divulgação da observação lunar

Fonte: A autora, 2023.

Auxiliados pelos telescópios do projeto, os participantes puderam apreciar a superfície lunar e suas crateras com uma clareza que muitos nunca haviam experimentado antes. Muitos relatos dos estudantes foram ouvidos e a empolgação emocionava, alguns estavam tendo o primeiro contato com telescópios. O professor Antonio Carlos Miranda e a equipe guiaram a todos, compartilhando informações fascinantes sobre a Lua, suas fases e seu papel na história da exploração espacial.

No entanto, a verdadeira magia da noite foi a conexão emocional que se estabeleceu entre os presentes e o Cosmos. As expressões de admiração e maravilhamento ecoaram no ambiente enquanto as pessoas se envolviam na contemplação da Lua. Os estudantes olhavam pelas oculares dos telescópios com olhos cheios de curiosidade, compartilhavam histórias e lembranças de suas próprias experiências astronômicas e todos se uniram na apreciação da grandiosidade da Superlua. Também foi possível visualizar o planeta Saturno que estava bem próximo à Lua no horizonte daquela noite.

Nesta celebração do céu noturno, todos os participantes tiveram a oportunidade de apreciar a beleza lunar e ampliar os seus horizontes em relação ao conhecimento científico. Essa atividade além de enriquecer a experiência educacional dos estudantes, ela trouxe uma dose de fascinação astronômica para toda a comunidade escolar. Foi mais um exemplo do compromisso do projeto em popularizar a ciência e utilizar a astronomia como um veículo para a inclusão, alcançando aqueles que talvez nunca tenham tido a chance de contemplar o céu de forma tão próxima e cativante.

Figura 6 – Estudantes durante a observação lunar

Fonte: A autora, 2023.

À medida que a noite avançava e o grupo se dispersava, ficou claro que o projeto Desvendando o Céu Austral havia deixado uma impressão duradoura e inspiradora nas mentes e corações de todos os envolvidos. Esta emocionante atividade de observação lunar, realizada pelo professor Miranda e monitores, não apenas enriqueceu a experiência educacional dos estudantes e cativou a comunidade escolar, mas também destacou a importância vital desse projeto. Ele serve como um farol brilhante, iluminando o caminho para a inclusão através da Astronomia.

O projeto não se limita apenas a compartilhar conhecimento sobre o Cosmos, ele desempenha um papel fundamental na promoção da igualdade de acesso à educação científica e na quebra de barreiras que muitas vezes separam a academia do público que geralmente imagina que esse é um ambiente para gênios ou privilegiados. Ao trazer a Ciência e a maravilha do Universo para escolas públicas nos locais mais remotos, o projeto está desempenhando um papel transformador na vida de jovens estudantes e comunidades que podem não ter tido a oportunidade de explorar a astronomia de maneira tão envolvente e acessível.

Além disso, o compromisso da iniciativa em popularizar a Ciência e utilizar a Astronomia como um veículo para a inclusão destaca a relevância da educação científica em nosso mundo moderno. A Ciência e a Astronomia, em particular, têm o poder de inspirar, despertar a curiosidade e estimular a imaginação das pessoas de todas as idades e origens. Essa abordagem democrática mais que fortalece a relação entre a academia e a sociedade, ela também nutre uma paixão duradoura pela exploração do Universo e pelo avanço do conhecimento humano.

Assim, o projeto Desvendando o Céu Austral é além do que uma atividade educativa, ele é uma expressão de compromisso com o enriquecimento cultural, a inclusão social, a promoção e democratização da ciência. Uma iniciativa que vem para trazer luz e inspiração para as vidas daqueles que têm a sorte de participar, destacando-se como um exemplo inspirador do potencial transformador da Astronomia e da educação científica.

4.2.2 O último dia de Agosto de 2023

E, para finalizar a SD, foi aplicado o Questionário de Culminância (Apêndice L) na quinta-feira do dia 31 de Agosto. A seguir, serão analisadas as respostas dos 7 questionários iniciais aplicados em 6 de Julho de 2023 e dos 5 questionários finais aplicados em 31 de Agosto de 2023.

Antes de debruçarmos sobre o último dia de Agosto de 2023, vamos resgatar as informações do Questionário de Prelúdio (Apêndice A) para fazer a análise comparativa com o Questionário de Culminância (Apêndice L).

Sobre o questionário apresentado inicialmente, algumas respostas se destacaram, tais como o uso mais peculiar para a Matemática. Três dos sete entrevistados responderam que usam cálculos matemáticos para otimizar o tempo e um respondeu que utiliza a Matemática em jogos virtuais. Outras respostas apontaram para usos mais cotidianos como compras e culinária. A maioria afirmou ter uma boa relação com a disciplina e os demais julgaram ter uma relação mediana, mas que se esforçavam para ter êxito. Dois dos sete entrevistados não moravam próximo ao ambiente da Escola e um deles disse que não conhecia nem tinha contato com trabalhadores da pesca extrativista. Quando questionados como são levantadas as informações, geralmente divulgadas em noticiários e jornais, sobre a meteorologia, foram citados termos como “alguma Ciência”, “Astronomia”, “pesquisas”, “estudo utilizando a matemática” e “cálculos”. Por outro lado, todos os que afirmaram acreditar que a Matemática estava presente nos movimentos das marés e fases da lua não apontaram explicações ou não sabiam como explicar.

Já o segundo e último questionário trouxe duas respostas particulares acerca de como a Matemática pode estar presente no comportamento das marés e fases lunares. A primeira, que foi dada por dois entrevistados, apontou que a Matemática traz precisão para os fenômenos e, no geral, reiterou a Matemática como uma área de conhecimento de exatas. A segunda resposta, dada por apenas um entrevistado, descreveu o conceito de periodicidade com suas palavras. Os demais justificaram com “para cálculos” e um justificou superficialmente com “em várias partes”. Todos concordaram que a Matemática auxilia no cotidiano e que ela pode ser estudada de forma mais interessante, além de cálculos e exercícios repetitivos. Por outro lado, dois dos cinco entrevistados apontaram que não veem a Matemática como uma disciplina que vá servir no futuro quando inseridos no contexto do mercado de trabalho.

Assim, as atividades foram concluídas da maneira que foi possível, apesar dos percalços. A abstenção prejudicou durante o período de aplicação da sequência de atividades e foram necessárias mudanças. Isso fica como um exercício a ser relembrado ao fim de qualquer percurso. Metaforicamente, é como percorrer um caminho e perceber que ele jamais será trilhado da mesma forma, pois seja os passos ou o tempo cronológico em que foi feito, ele terá uma mínima diferença. Também, é preciso saber que haverá diversas situações em que as adaptações deverão ser realizadas para que o processo de construção do conhecimento não seja interrompido. As situações se apresentam e caberá a nós, enquanto professores, enfrentá-las da maneira que podemos. E devemos sempre ter a consciência de que todo esforço é válido, independentemente de se tratar de uma turma com 30 alunos ou apenas um aluno.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Enfim, a questão do ensino da Matemática não é apenas uma abordagem pedagógica, mas um chamado à democratização do conhecimento matemático. Não existe um modelo definitivo para ser um educador eficaz, mas é crucial reconhecer que a Matemática vai além das fórmulas e dos cálculos. Ela é uma ferramenta poderosa que permite às pessoas lerem e compreenderem o mundo ao seu redor, participando ativamente da sociedade.

A modelagem matemática, quando contextualizada e aplicada de forma criativa, aproxima a Matemática da vida cotidiana dos estudantes, despertando o pensamento matemático que está intrinsecamente presente em todos nós. Portanto, urge que os educadores busquem abordagens que conectem a Matemática à realidade dos aprendizes, incentivando o pensamento crítico, a resolução de problemas e a inclusão na sociedade.

A Matemática não deve ser vista como uma disciplina distante e abstrata, mas como um mecanismo essencial para a construção de uma sociedade em termos de equidade e sustentabilidade. Logo, o compromisso não termina na forma como ensinamos Matemática, ele também se mostra em como a tornamos próxima e significativa para todos os estudantes. E quiçá, despertando os matemáticos e as matemáticas adormecidos em cada um deles.

O estudo em questão teve como propósito primordial propor uma sequência didática voltada ao ensino contextualizado de tópicos da Trigonometria com ênfase nas funções periódicas. Por outro lado, também existiu o interesse na execução das atividades previamente elaboradas e apresentadas neste trabalho. E, apesar da abstenção dos estudantes durante a aplicação da sequência didática, foi possível constatar que as teorias estudadas previamente foram efetivamente colocadas em prática, e, consequentemente, o propósito da pesquisa foi alcançado.

Destaca-se, de forma notável, o interesse e envolvimento apresentados pelos estudantes ao participarem das atividades propostas, revelando favorável receptividade à abordagem contextualizada e lúdica dos conceitos matemáticos envolvidos no estudo. A partir das experiências vivenciadas ao longo da pesquisa, foi viável a realização dos ajustes na sequência didática, visando torná-la mais alinhada às necessidades e preferências dos estudantes. Tais adaptações incluíram a introdução de atividades de caráter lúdico e interativo, bem como o uso de materiais mais atraentes e envolventes.

Contudo, nos resultados apresentados, foi possível perceber que alguns estudantes que participaram do estudo não conseguiram notar a Matemática como ferramenta para o exercício pleno da cidadania. E é preciso frisar que o processo de conscientização não é rápido e simples, pois deve ser executado de forma contínua e diária. Logo,

No contexto das perspectivas futuras deste trabalho, vislumbra-se uma trajetória de ampliação e aprofundamento. Inicialmente, estender a aplicação da sequência didática a uma maior diversidade de contextos educacionais, com a finalidade de avaliar sua eficácia em diferentes cenários. Assim como, o contínuo desenvolvimento de materiais didáticos e recursos pedagógicos que possam auxiliar na implementação da sequência didática em diversos contextos educacionais. A expectativa é que essas ações contribuam para o avanço do campo da Educação Matemática. Almeja-se que tanto a proposta da sequência didática quanto o estudo aqui apresentados sejam contribuições para a expansão do ensino contextualizado da Matemática, particularmente no que diz respeito à promoção da democratização desse acesso.

REFERÊNCIAS

ALENCAR, L. B.; SOARES, K. C. Charada Trigonométrica. In: OLIVEIRA, F. W. S.; OLIVEIRA, G. P.; PEREIRA, A. C. C. **Práticas Laboratoriais para o Ensino de Trigonometria:** Sob o olhar de licenciandos. Formiga: Editora Uniesmero, 2022. p. 50-58.

ÁVILA, G. A Geometria e as distâncias astronômicas na Grécia Antiga. In: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Explorando o Ensino da Matemática: volume II.** Brasília, 2004. p. 39-46.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria euclidiana plana**. 11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007, 280 p.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2005, 128p.

BOGO, M. N. A. R. A.; CARVALHO, L. F. O. Formação de educadores do campo: desafios e possibilidades do Tempo Comunidade no Curso de Pedagogia da Terra/Bahia. **Rev. Educ. e Cult. Contemp.**, Rio de Janeiro , v. 15, n. 41, p. 198-229, out. 2018 . Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2238-12792018000400198&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 12 nov. 2023.

CARVALHO, C. S. S. **Aplicação de atividades de modelagem matemática na construção de sequências didáticas contextualizadas na astronomia**. 2018. 71f. Dissertação (Mestrado em Astronomia) – Programa de Pós-graduação em Astronomia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2018. Disponível em: http://tede2.uefs.br:8080/handle/tede/1232. Acesso em: 06 set. 2023.

D’AMBROSIO, U. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e matemática. 2. ed. Campinas: SUMMUS, 1986, 115p.

D’AMBROSIO, U. **Por que se ensina Matemática?** Texto produzido para a Disciplina à distância oferecida pela SBEM, 2013. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5793818/mod_resource/content/1/Ubiratan%20DAmbrosio%20-%20Por%20que%20se%20ensina%20matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 12 nov. 2023.

FONSECA, E. G. **Modelagem na educação matemática:** uma abordagem sobre o fenômeno natural do movimento das marés através da trigonometria. 2014. 53 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014. Disponível em: https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/13995/1/EGF10042019.pdf. Acesso em: 12 nov. 2023.

FREIRE, P. A importância do ato de ler. In: FREIRE, P. **A importância do ato de ler:** em três artigos que se completam. 51. ed. São Paulo: Cortez, 1989. p. 19-31.

FREIRE, P. **Entrevista de Paulo Freire a Ubiratan D'Ambrosio**. [Entrevista concedida a] Ubiratan D'Ambrosio. ICME, Sevilha, 1996. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=245kJbsO4tE&t=518s. Acesso em: 12 nov. 2023.

JAPIASSU, H. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago, 1976. 220 p.

MORIN. E. **Introdução ao Pensamento Complexo**. 5. ed. Porto Alegre: Sulina, 2015, 120p.

PERNAMBUCO. SEE. Governo do Estado de Pernambuco. **Currículo de Pernambuco:** ensino médio. Pernambuco, 2020, 630 p.

SANTOS, G. V. H.; EFFGEN, L. F. **Fenômenos cíclicos**: modelagem com funções trigonométricas. Programa de Pós-graduação Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2018. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=3964&id2=150631116. Acesso em: 12 nov. 2023.

SILVEIRA, F. L. As Variações dos Intervalos de Tempo entre as Fases Principais da Lua. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 23, n. 3, p. 300–307, set. 2001.

ZABALA, A. **A prática educativa:** como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998, 224p.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE PRELÚDIO

Não sinta vergonha de responder as perguntas com suas palavras. Sinta-se à vontade para responder da forma que desejar.

1. Como é a sua vida fora da Escola? Você trabalha ou cuida do lar? O que você faz quando não está na Escola? Inclua na resposta o que você faz nos momentos de lazer.

2. Você mora próximo a algum manguezal ou algum ambiente de maré?

3. Você conhece pessoas que trabalham com pesca (pescadores, marisqueiros, etc.)?

4. Como é sua relação com a Matemática? Você gosta? Você gostaria de aprender ou apenas ser aprovado(a)?

5. Você acha que usa a Matemática nesse seu tempo fora da Escola? Se sim, cite alguns momentos que você usa seus conhecimentos matemáticos.

6. Os jornais e noticiários costumam informar qual será a altura da maré em determinada hora do dia. Como você acha que são descobertas essas informações?

7. Os calendários que usamos no dia a dia muitas vezes informam as fases da Lua (Lua Nova, Crescente, Cheia e Minguante). Como você acha que são descobertas essas informações?

8. Você acredita que a Matemática pode estar presente no movimento das marés? E nas fases da Lua?

APÊNDICE B – TEXTO DE CONTEXTUALIZAÇÃO I "AS FASES DA LUA E SUAS CONSEQUÊNCIAS NA VIDA: DA ANTIGUIDADE AOS TEMPOS DE HOJE"

Desde a antiguidade, a Lua desperta a curiosidade dos homens. Para os guaranis, uma das mais representativas etnias indígenas das Américas, a Lua era uma deusa chamada Jaci, protetora das plantas, dos amantes e da reprodução. Mitologicamente, Jaci é identificada com Diana dos romanos, Xochiquetzal dos astecas, Chandra dos hindus e Ísis dos antigos egípcios. A civilização maia, povo pré-colombiano da América Central que teve seu auge durante o período de 250 d.C. a 900 d.C, também relacionava a Lua à feminilidade e à fertilidade. Eles possuíam conhecimentos avançados em Astronomia e Matemática e mapearam o movimento da Lua com extrema precisão.

Na antiguidade ocidental, foi denominada de Luna pelos romanos e Selene, irmã de Hélio e filha de Hipérion e Téia pelos gregos. No Corão dos árabes, ela é Qatar, símbolo do poder transformador de Alá. Entre os judeus, seu aspecto mutante transformou-a na representação do judeu nômade. Na Idade Média, os alquimistas a usavam para simbolizar o mercúrio, elemento fundamental do corpo humano. Até a Igreja Católica mantinha então um pé nos cultos lunares: aconselhava os fiéis a esperar a benéfica Lua Crescente para se casar ou mudar de casa. Ainda hoje, a imagem da Imaculada Conceição mostra a santa pisando uma Lua Crescente, que indica ressurreição e renovação. Além disso, a Lua continua sendo a base dos calendários usados pelos muçulmanos e judeus.

A Lua é o único satélite natural da Terra e o astro mais brilhante do céu noturno. A Selenografia é o estudo de sua superfície e, historicamente, a principal preocupação dos selenografistas era mapear e nomear os mares, as crateras, as montanhas e outros aspectos da superfície do satélite. Ela foi visitada pela primeira vez pela sonda Soviética Luna 2 em 1959. É o único corpo extraterrestre que foi visitado por humanos. A primeira aterragem foi a 20 de Julho de 1969, Neil Armstrong tornou-se o primeiro homem a pisar na superfície da Lua. Ele foi seguido por Edwin Aldrin, ambos da missão Apollo 11. E, a última, em Dezembro de 1972.

No período Hadeano (4,57 a 3,85 bilhões de anos atrás), um objeto do tamanho de Marte, denominado Theia, se chocou com a Terra. A colisão teria desintegrado totalmente Theia e forçado a expulsão de parte do material magmático da Terra primitiva. Este material foi condensado em um mesmo corpo, o qual teria sido aprisionado pelo campo gravitacional da Terra. Esta teoria recebeu o nome de *Big Splash* (Grande impacto) e explica sobre a possível formação da Lua.

Atualmente, existem diversas teorias de que a Lua influencia a agricultura, humor dos seres humanos, nascimento de bebês e até o corte de cabelo. Por outro lado, a única influência, amplamente aceita e comprovada por cientistas, é no movimento das marés por conta da força gravitacional que este satélite exerce sobre a Terra. Correlacionada com a tábua das marés, há evidências científicas que a pesca também é influenciada pelas fases lunares. Ou seja, a influência lunar é diretamente ligada ao movimento das marés, refletindo na pesca e biota marinha. Logo, as consequências são dadas em cadeia e de forma indireta.

Mas sejamos justos, a Lua, seja diretamente ou indiretamente, influencia até guerras. Pois, na 2ª Guerra Mundial, o general Dwight Eisenhower só marcou a data de desembarque das forças aliadas na Normandia, na França, depois de consultar a Lua. A tática militar pode ser explicada porque, na madrugada do dia 6 de junho de 1944, a maré estava baixa e a noite clara. Portanto, as tropas estadunidenses e francesas puderam enxergar perfeitamente as armadilhas e a posição dos inimigos, vencendo a guerra.

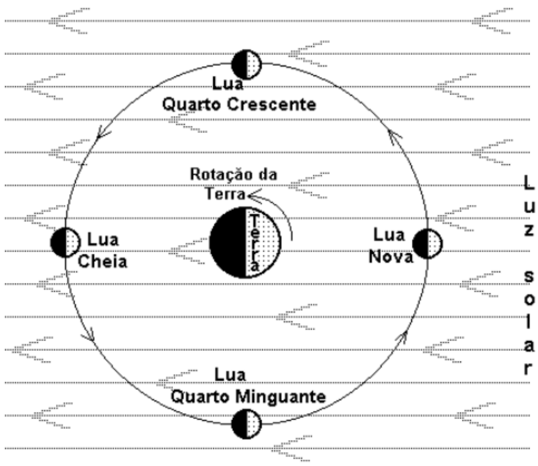
E você? Já parou para pensar na influência da Lua em sua vida?

Esse texto foi retirado e modificado de:
https://www.ufmg.br/espacodoconhecimento/a-formacao-da-lua/
http://www.virtual.ufc.br/solar/aula_link/SOLAR_2/Curso_de_Graduacao_a_Distancia/LFIS/I_a_P/Introducao_a_Astronomia/aula_03/pdf/06.pdf
https://super.abril.com.br/ciencia/sob-o-dominio-da-lua-os-mitos-deste-satelite/

APÊNDICE C – ATIVIDADE COLETIVA I

Com base na figura abaixo e nos seus conhecimentos matemáticos, vamos descobrir algumas informações sobre a Lua e suas fases lunares? Avante!

Figura 7 – As Variações dos Intervalos de Tempo entre as Fases Principais da Lua

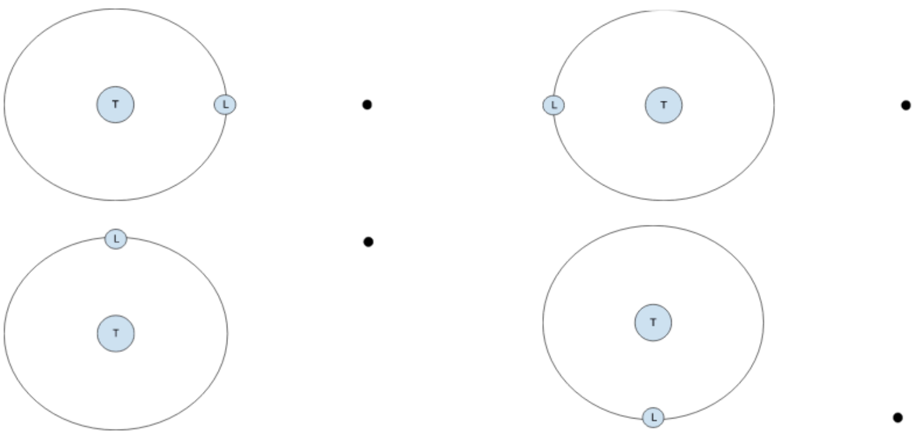


Fonte: Fernando Lang da Silveira, 2001.

Missão Principal: Identificar os ângulos e classificá-los em cada fase lunar.

1. Faça setas partindo da Lua com sentido à Terra, em seguida, do ponto que representa a luz solar à Lua nos diagramas abaixo em cada fase lunar correspondente.

Figura 8 – As posições relativas entre Lua, Terra e Sol nas Fases Principais da Lua



Fonte: A autora, 2023.

2. Utilizando as setas, identifique o ângulo Sol-Lua-Terra e classifique-o em cada fase lunar correspondente.

3. Agora responda:

a) Em qual/quais fase/fases o ângulo Sol-Lua-Terra é 0º?
b) Em qual/quais fase/fases o ângulo Sol-Lua-Terra é reto?
c) Em qual/quais fase/fases o ângulo Sol-Lua-Terra é 180º?

APÊNDICE D – TEXTO DE CONTEXTUALIZAÇÃO II "ARISTARCO QUER IR À LUA: O USO DOS ÂNGULOS E TRIÂNGULOS NA ESTIMATIVA DA DISTÂNCIA DA TERRA À LUA"

A primeira tentativa conhecida de medir a distância Terra/Sol em função da distância Terra/Lua foi calculada por Aristarco de Samus. Ele observou simultaneamente a lua em quarto crescente e o Pôr do Sol. Quando o Sol estava no horizonte, Aristarco mediu a separação angular entre os dois. Esta separação representa um dos ângulos do triângulo retângulo formado pela Terra, pela Lua e pelo Sol, onde o vértice do ângulo reto é a Lua. O ângulo medido ficou em torno de 87° (oitenta e sete graus), proporcionando uma distância da Terra ao Sol de 7,3 milhões de Km (sete milhões e trezentos mil quilômetros), muito abaixo do valor médio moderno que é de 149,5 milhões de Km (cento e quarenta e nove milhões e quinhentos mil quilômetros). Esta diferença se deve ao fato da estimativa da distância entre a Terra e a Lua de Aristarco ter sido feita usando seu próprio polegar para cobrir a lua a partir do seu ângulo de visão.

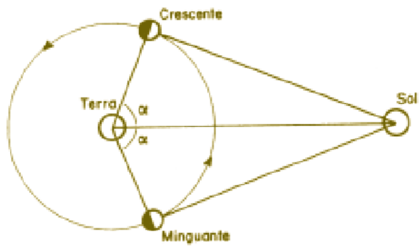
Esse texto foi retirado de: http://www.virtual.ufc.br/solar/aula_link/SOLAR_2/Curso_de_Graduacao_a_Distancia/LFIS/I_a_P/Introducao_a_Astronomia/aula_03/pdf/06.pdf

APÊNDICE E – ATIVIDADE COLETIVA II

Vamos refletir?

Seja a imagem abaixo uma ideia de como podemos calcular a distância da Terra à Lua, responda as questões a seguir.

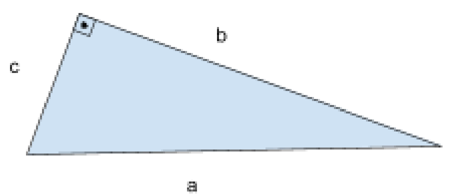
Figura 9 – Representação das posições relativas ao Sol, Lua (fases Crescente Minguante) e Terra.



Fonte: Geraldo Ávila, 2004.

1. Aponte na imagem os ângulos e triângulos.
2. Seja reto o ângulo no vértice ocupado pela Lua, como se classificam, quanto aos ângulos, os dois triângulos da figura que estão em evidência?
3. Vamos dar nome aos bois? Sejam *"a"* a distância da Terra até o Sol, *"b"* a distância da Lua até o Sol e *"c"* a distância da Terra à Lua, com ajuda do esboço a seguir, aponte os catetos e a hipotenusa neste caso.

Figura 10 – Triângulo retângulo



Fonte: A autora, 2023.

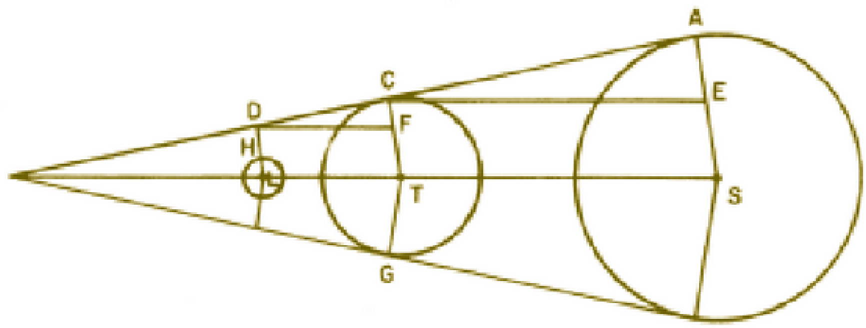
4. Suponha que *a* seja igual a 5 aristarks e *b* seja 4 aristarks. Qual a distância da Terra à Lua em aristarks[14]?

[14] Aristarks é uma unidade de medida imaginária e criada com fins didáticos para este exercício em específico.

APÊNDICE F – ATIVIDADE COLETIVA III

Com base na figura abaixo e nos seus conhecimentos matemáticos, vamos desbravar *matematicamente* a Lua, a Terra e o Sol? Avante!

Figura 11 – Representação do alinhamento entre Lua, Terra e Sol.



Fonte: Geraldo Ávila, 2004.

1. Aponte na figura acima alguns triângulos semelhantes e explique o porquê deles serem semelhantes. *Não sinta vergonha de usar suas palavras para explicar*.

2. Sejam LD = $\frac{8}{3}R_L$, TC = R_T e SA = R_S tal que R_L, R_T e R_S são os raios da Lua, Terra e Sol, respectivamente. Encontre uma fórmula para CF e AE que esteja relacionada com os raios citados anteriormente.

Atividade de Pesquisa: Pesquise na *Internet* quais são os raios da Lua, Terra e Sol. Tente calcular CF e AE para mostrar na próxima aula em sala.

APÊNDICE G – ATIVIDADE DE OBSERVAÇÃO “OLHA PRO CÉU, MEU AMOR!”

A sua tarefa é observar o céu e registrar as fases lunares durante 30 dias a partir da data de entrega desta atividade. **ATENÇÃO:** Não se preocupe caso em certo(s) dia(s) você não consiga visualizar a Lua, basta sinalizar o(s) dia(s) em que não foi possível no diagrama abaixo.

Figura 12 – Diagrama para coleta de dados durante as Fases da Lua

1° DIA	2° DIA	3° DIA	4° DIA	5° DIA	6° DIA	7° DIA
8° DIA	9° DIA	10° DIA	11° DIA	12° DIA	13° DIA	14° DIA
15° DIA	16° DIA	17° DIA	18° DIA	19° DIA	20° DIA	21° DIA
22° DIA	23° DIA	24° DIA	25° DIA	26° DIA	27° DIA	28° DIA
29° DIA	30° DIA					

Fonte: Claudiana de Souza Santos Carvalho, 2018.

APÊNDICE H – TEXTO DE CONTEXTUALIZAÇÃO III "ASSIM COMO AS ONDAS DO MAR..."

A maré é um dos fenômenos naturais mais conhecidos. Esse fenômeno ocorre em razão do movimento periódico de subida e descida do nível da água, produzindo dessa maneira as chamadas marés altas e marés baixas. Foi Isaac Newton que, a partir da expressão da força gravitacional, deu a explicação para esse fenômeno natural. Segundo as explicações do físico e matemático Newton, as marés são causadas pela atração do Sol e da Lua sobre as águas do mar."

Texto retirado de: https://brasilescola.uol.com.br/fisica/newton-explicacao-das-mares.htm

Segundo o dicionário Michaelis *Online*, vejamos as definições a seguir:
Periodicidade – Qualidade do que é periódico.
Periódico – Que acontece ou aparece em intervalos regulares.

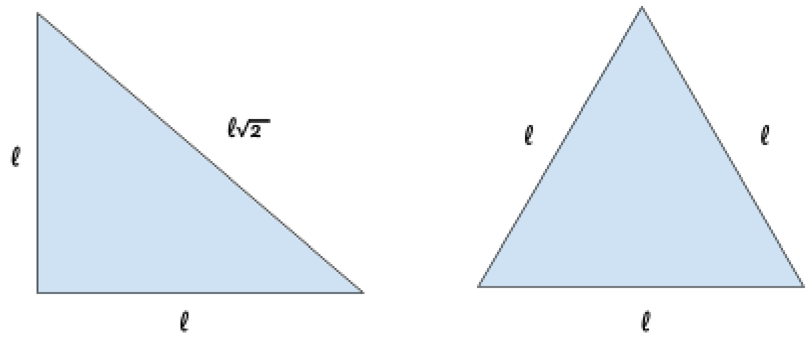
Assim como as ondas do Mar, a Matemática também apresenta a sua periodicidade em diversas de suas vertentes. O Círculo Trigonométrico (ou Ciclo Trigonométrico) é um exemplo e hoje vamos falar um pouco sobre ele.

APÊNDICE I – ATIVIDADE COLETIVA IV

Vamos lá revisar os ângulos notáveis para desbravar o Círculo Trigonométrico? Avante!

1. Utilizando as figuras abaixo, descubra o seno e cosseno dos ângulos notáveis 30º, 45º e 60º.

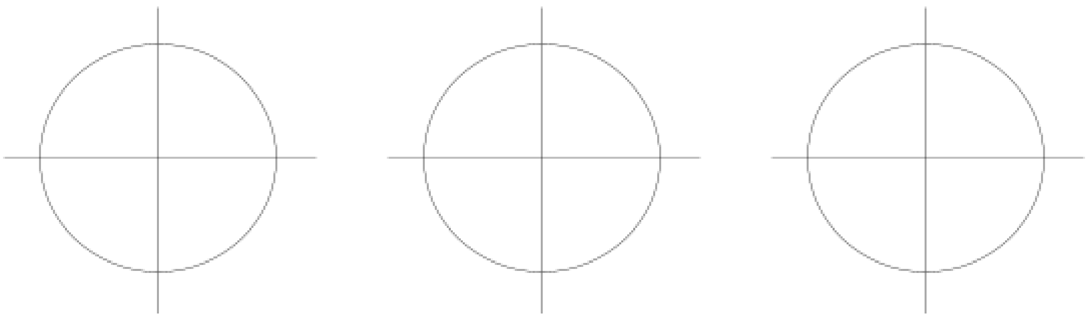
Figura 13 – Triângulos retângulo e isósceles



Fonte: A autora, 2023.

2. Vamos identificar os ângulos notáveis nos círculos trigonométricos abaixo?

Figura 14 – Círculos trigonométricos



Fonte: A autora, 2023.

3. Agora, utilizando os conceitos de seno, cosseno e o círculo trigonométrico, identifique os lados dos triângulos referentes a cada um dos ângulos notáveis e comprove que os lados dos triângulos da Questão 1 são realmente os dados.

APÊNDICE J – ATIVIDADE COLETIVA V

1. Vamos completar as tabelas abaixo?

Ângulo (arco em radiano)	Arco em graus	Seno
0		
$\frac{\pi}{2}$		
π		
$\frac{3\pi}{2}$		
2π		
$\frac{5\pi}{2}$		
3π		
$\frac{7\pi}{2}$		
4π		

Ângulo (arco em radiano)	Arco em graus	Cosseno
0		
$\frac{\pi}{2}$		
π		
$\frac{3\pi}{2}$		
2π		
$\frac{5\pi}{2}$		
3π		
$\frac{7\pi}{2}$		
4π		

2. A partir dos dados das tabelas, vamos esboçar o gráfico da função seno e cosseno nas malhas quadriculadas abaixo.

APÊNDICE K – ATIVIDADE DE MODELAGEM

Vejamos abaixo o comportamento das marés no dia 08/07/2022 no Porto do Recife, em Recife – PE:

Dia	Hora	Altura (m) da maré
Sexta-feira 08/07/2022	04:34	0.7
Sexta-feira 08/07/2022	10:54	1.9
Sexta-feira 08/07/2022	17:19	0.7
Sexta-feira 08/07/2022	23:28	1.9

Disponível em: https://www.marinha.mil.br/chm/tabuas-de-mare. Acesso em: jul. 2022.

Utilizando esses dados e o *software* GeoGebra, vamos encontrar um modelo de função adequado para a situação do comportamento das marés no dia 08/07/2022.

APÊNDICE L – QUESTIONÁRIO DE CULMINÂNCIA

Não sinta vergonha de responder as perguntas com suas palavras. Sinta-se à vontade para responder da forma que desejar.

1. Como você acha que a Matemática pode ser encontrada no comportamento das marés e nas fases lunares?

2. Você pensa que a Matemática auxilia no nosso cotidiano?

3. Você acredita que os conteúdos abordados foram relevantes para você como estudante e para o seu futuro?

4. O que você achou dos nossos momentos vivenciados (aulas, atividades desenvolvidas, conversas dentro da sala de aula, etc)?

5. Você acha que a Matemática pode ser mais interessante e ir além de cálculos e exercícios repetitivos?

6. Comente sobre o que você achou, o que você aprendeu e/ou o que você acha que pode ser melhorado.